ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Versuche über die absolute Festigkeit einiger österreichischen Stahlgattungen, und Vorschlag, dieses Material statt des Eisens zu Kettenbrücken und Ankertauen zu verwenden,

von

Ign. Edlem von *Mittis.*

Mit allem Rechte verbreitet sich die Anwendung des Kettenbrückenbaues in allen civilisirten Ländern immer mehr, so wie die vortheilhaften Erfahrungen die durch die Theorie voraus bestimmten Vortheile desselben täglich mehr bestätigen. Einige unglückliche Ereignisse, die zum Glück wirklich nicht häufig eingetreten sind, haben bisher solche Brücken, die nach dem Princip der Kettenlinie erbaut worden sind, meines Wissens nicht betroffen, und dürften auch wohl nicht zu besorgen seyn; aufser dem Falle, dafs eine unverständige und leichtsinnige Anordnung bei Bestimmung des Bauplanes zu wenig Rücksicht auf die gehörige erforderliche Stärke der Widerhalts- oder Unterstützungsgebäude, selbe aus eigener Schuld herbeiführen würde. Die Ketten selbst, stets aus einem, selbst dem Zahn der Zeit eine unverwüstliche Dauer entgegensetzenden, Materiale, nämlich Eisen bestehend, können durchaus nie gefährdet seyn, wenn sie ursprünglich in der, der möglichst gröfsten Belastung angemessenen Stärke für die

Hängeketten verwendet worden sind; allein man mufs stets von der Überzeugung ausgehen, dafs diese Stärke durchaus nicht nach dem Vorausmafs des Querschnittes, selbst bei den trefflichsten Eisengattungen, sondern durch wirkliche Versuche bestimmt werden mufs, wenn der Architect nicht das Leben seiner Mitbürger muthwillig einer Gefahr Preis geben will. Dafs diese Versuche für jedes einzelne Glied einer solchen Kette so leicht und so überzeugend angestellt werden können, ist gewifs unter den übrigen Vorzügen dieser Brücken-Construction einer der vorzüglichen, und eine Verabsäumung um so sträflicher, weil es durchaus unmöglich ist, besonders wenn das körperliche Ausmafs der Kettenglieder bedeutend ist, durch irgend ein äufseres Merkmal am Eisen zu erkennen, ob selbes wirklich ganz und ohne innere Risse sey. Erfahrungen, die ich bei dem Baue der ersten Kettenbrücke in Wien, deren trefflich gearbeitete Kettenglieder aus zwei Quadratzoll starken Eisenstangen bestehen, machte, haben mich überzeugt, dafs bei der Prüfung derselben zwar sehr wenige, aber doch einige derselben, die ein durchaus ganzes und gesundes Aussehen hatten, bei einer, ihrer scheinbaren Kraft und Stärke noch lange nicht entsprechenden Anstrengung, abgesprungen sind, oder sich über Gebühr verlängert haben, ungeachtet selbst practische Eisenarbeiter keine Spur eines inneren Schadens an selben entdecken konnten. Bei diesem Anlasse jedoch, glaube ich, dürfte es nicht ganz überflüssig seyn, zu erinnern, dafs man bei solchen Untersuchungen auch nicht auf der anderen Seite zu weit gehen müsse, das heifst, dafs man diese Bestandtheile nie bei solchen Versuchen über die wahrscheinlich gröfste Kraft, welcher sie als Kette zu widerstehen bestimmt sind, belasten, oder durch Hammerschläge und ähnliche Mittel im höchst ge-

spannten Zustande miſshandeln sollte, weil sonst ein selbst vollkommenes Materiale in der Probe erst Beschädigungen erhalten kann, die sich zwar im Augenblicke der Probe nicht zeigen, aber durch den Einfluſs der künftigen, zwar minderen, aber unausgesetzten Belastung endlich doch merklich werden, oder gar ein Abspringen veranlassen. Solche Proben scheinen mir in diesem Falle, so wie überhaupt, unzweckmäſsig, und sogar gefährlich. Wenn man zum Beispiel Gewehrläufe, die in der Regel der Entzündung eines Schusses Pulver widerstehen sollen, mit drei- und vierfacher Ladung tormentiret: wie leicht kann es sich ereignen, daſs der vollkommen gesunde Lauf, wenn er auch nicht gleich bei der Tormentirung springt, doch einen feinen Sprung erleidet, der ihn erst in der Folge unfähig macht, einen einfachen gewöhnlichen Schuſs auszuhalten. Solche Untersuchungen sind in ihren Wirkungen selbst Zerstörungsanlässe, und machen, daſs der Körper, der ihnen unterworfen wird, durchaus minder verläſsig nach ihrer Anwendung ist, als er vorher war.

Diese, dem eigentlichen Gegenstande meiner Mittheilung zwar fremde Bemerkungen, habe ich keineswegs vorausgehen lassen, um etwa zu verhüten, daſs man auch mein, zu solchen Ketten vorgeschlagenes Material, nämlich Stahl, mit solchen heroischen Kraftversuchen, etwa mehr als Eisen zu verschonen brauchte; im Gegentheile, wenn es sich bei selben um das Maximum des Widerstandvermögens handelt, mag Jedermann diese oder sonst was immer für Anstrengungen an selben ausüben, besonders wenn das daraus verfertigte Kettenglied nicht zum wirklichen künftigen Gebrauch, sondern zum endlichen Abspringen bestimmt ist. Nur die Vorliebe für das System der Kettenbrücken, und die gerechte Sorge, daſs bei dessen nicht genug anzu-

empfehlender Anwendung doch leicht durch zu wenig oder zu viel Vorsicht in Verwendung des Kettenmaterials irgend ein unglückliches, der guten Sache schadendes Ereignifs herbeigeführt werden kann, zwang mir die Äufserung dieser Ansicht von Proben solcher Art ab, die nur dann gerechtfertiget sind, wenn man, wie bei dem Bau der Wiener Kettenbrücke, nur die Hälfte der wirklichen Kraft des Eisens, woraus die Ketten bestehen, selbst für den äufsersten Fall der Belastung in Anspruch genommen, und durch Spannung auf einer eigenen Maschine untersucht hat.

Der Gebrauch eiserner Ketten für Hängebrücken und für Ankertaue ist übrigens wirklich noch zu neu, dafs nicht, ungeachtet der warmen Theilnahme der geschicktesten gelehrten und practischen Männer, die über selbe gedacht und geschrieben haben, noch manches, in der Folge der Zeit, durch Erfahrung und Beobachtung als zweckmäfsig und vortheilhaft für die Anwendung gefunden werden sollte; und als einen Beitrag der Art, glaube ich, dafs auch die Erfahrungen und Versuche, die ich hier zu beschreiben die Absicht habe, einen billigen Anspruch auf das Publicum, und vorzüglich auf die Aufmerksamkeit und weitere sorgfältige Prüfung der practischen und gelehrten Mechaniker und Ingenieure zu machen berechtiget sind. Ich selbst bin weit entfernt, zu glauben, dafs das Wenige, was ich bis zur Stunde mittheilen kann, erschöpfend, und für den Beweis der Sache genügend sey, und bin eben darum fest entschlossen, mit ähnlichen und vollkommen systematischen Versuchen der Art die Richtigkeit meiner Ansicht in der Folge noch näher zu beleuchten; aber doch schon aus dem bis jetzt Erprobten gehen so unläugbar grofse Vortheile und Verbesserungen hervor, dafs mir niemand mit Grund wird den Vorwurf machen können,

diese Mittheilung sey zu voreilig, besonders da ich selbe, mehr als eine Aufforderung, an Männer, die mehr Kenntnisse und Geschick zu solchen Arbeiten als ich haben, anzusehen ersuche, den Gegenstand zu prüfen, als daſs ich verlange, man solle meine Meinung schon als vollendet und erwiesen in der Praxis annehmen.

Die allgemein bekannten Eigenschaften des Stahls, worunter besonders seine Härte, aber eben so seine groſse Sprödigkeit selben ganz vorzüglich charakterisiren, mögen vielleicht die Ursache seyn, daſs man, meines Wissens, noch nirgends auf die Idee verfallen ist, denselben für Hängebrücken, Ketten oder Ankertaue als Materiale zu brauchen, und man scheint bisher durchaus für diesen Zweck sich lieber an das zwar ebenfalls sehr feste, dabei aber sehr zähe und dehnbare Eisen gehalten zu haben.

Nachdem ich vor vielen Jahren, durch die Theilnahme an der Leitung eines Stahlhammers in Kärnthen, mit der Fabrication desselben etwas vertrauter zu werden Gelegenheit hatte, so war es mir sehr lebhaft in Erinnerung, daſs seine Festigkeit wohl eine Eigenschaft sey, die er seinem Mischungsverhältnisse aus Eisen und Kohlenstoff, bei einigen Sorten auch anderen Metallen, als Mangan, Nickel u. s. f. zu danken habe, daſs es aber bloſs von der plötzlichen Abkühlung abhängt, ob er auch hart und sprengbar werden soll, was in der Regel von demselben wenigstens als Kaufmannsgut gefordert wird, und daher häufig als eine unzertrennliche, dem Gebrauch desselben als Ketten durchaus unzusagende Eigenschaft, vorausgesetzt wird.

Nebstdem macht man, wie billig, bei jedem Unternehmen, wie das einer Kettenbrücke ist, auch die Betrachtung, daſs das Materiale, besonders wo es in so bedeutender Menge erforderlich ist, zugleich so wohl-

feil als möglich sey; ein Umstand, der dem Eisen, besonders unter gewissen Ortsverhältnissen, und einigen feineren Gattungen von Stahl gegenüber, offenbar den Vorzug der Anwendbarkeit gibt, was ich jedoch in der Folge zu widerlegen hoffe.

Die Sprödigkeit und Sprengbarkeit ist dem Stahle, wie jeder Arbeiter, der mit selbem zu thun hat, weiſs, durch ein Durchglühen in einem so hohen Grade zu nehmen, daſs sich selber wie das weichste Eisen vollkommen schmieden, schweissen und unter jede Form bearbeiten läſst. Wenn selber, ohne wieder gehärtet zu werden, vom Amboſs kommt, so behält er zwar immer einige gröſsere Elasticität und Steifheit als Eisen, ist aber selbst im kalten Zustande hinlänglich biegsam, hält beträchtliche Hammerschläge und Beugungen aus, ohne abzuspringen, und ich kann mir wirklich gar keine Art von Stoſs, Druck oder einer sonstigen äuſseren Einwirkung auf eine Kettenbrücke denken, die der Stahl in diesem Zustande nicht vollkommen und ohne mindesten Nachtheil aushalten würde. Seereisen habe ich zwar nie selbst gemacht, und kann daher die Umstände weniger beurtheilen, in welche Taue auf Seeschiffen kommen können; doch auch Ankertaue aus Stahl, verglichen mit denen aus Eisen, mögen von Seite der Sprengbarkeit durch Seitenstoſs oder Druck im ziemlich gleichem Verhältnisse stehen, dabei aber die ersten, wie die Versuche zeigen, den wirklich ungeheuern Vortheil gewähren, daſs sie kaum ein Drittheil der Schwere und Masse haben dürfen, um mit gleicher Festigkeit dem Sturme und Wellen zu widerstehen.

Eine weitere Betrachtung, die bei der Wahl dieser beiden Ketten-Materialien Statt findet, ist der Einfluſs der Luft, Feuchtigkeit, und insbesondere des gesalzenen Meerwassers auf die Oxydation oder das Rosten derselben.

Hierin wird mir jeder practisch erfahrne Eisen- und Stahlarbeiter, noch mehr aber der Physiker und Chemiker einräumen, dafs der Stahl dem Roste weit mehr widersteht als Eisen, und dafs selbst wirklich vollkommene Säuren, als die so kräftige Salpetersäure, den Stahl bei weitem weniger angreifen als Eisen; ein Umstand, der mithin über den Einflufs gewöhnlicher atmosphärischer Dünste, des Regen- und Salzwassers gar keine Sorge zuläfst, und im schlimmsten Falle kann der Stahl so gut wie Eisen durch deckenden Firnifs und Anstrich geschützet werden.

Die absolute Kraft des Stahles, das heifst der Widerstand, den eine aus Stahl verfertigte Stange, versteht sich im weichen Zustande, oder, wie man zu sagen pflegt, abgelassen, entgegen setzet, wenn selbe durch irgend eine Kraft der Länge nach gezogen und abgerissen werden soll, verhält sich bei einigen Gattungen Stahls, die ich untersuchte, gegen das Eisen, was ich ebenfalls bei dem Baue der Sophienbrücke zu prüfen Gelegenheit hatte, wie 5 : 2.

Zu meinem besonderen Vergnügen haben die Versuche, die in der angeschlossenen Tabelle verzeichnet sind, dargethan, dafs der gemeine vollkommen schweifsbare Stahl, der in der Gegend von Vordernberg in Steiermark erzeuget, und als Stahlbriegel verkauft wird, von allen bisher versuchten dieses günstige Verhältnifs am meisten und bestimmtesten behauptet, und sogar übertroffen hat. Da ich bei der Absicht mich über die Frage der Stärke des Stahles durchaus nicht selbst täuschen, oder durch andere nicht täuschen lassen wollte, so kaufte ich selbst bei einem hiesigen Eisenhändler, von dessen Redlichkeit ich überzeugt war, dafs er über den Fabricationsort des Stahles mich durchaus nicht täuschen würde, solchen Vordernberger Stahl, der auf

hiesigem Platze nicht höher als circa 11 fl. C. M. per Centner zu stehen kommt, dann auch einigen Kärnthnerischen oder Brescianer Stahl; beide Sorten übergab ich zur zweckmäſsigen Ausschmiedung, ohne alle weitere künstliche Bearbeitung oder Gärbung, dem rühmlich bekannten Schlossermeister, Hrn. *Keriker*, mit dem Auftrage, mir von jeder Sorte drei für die mir zu Gebote stehende Hebelmaschine eingerichtete Stahlstangen nach dem Querschnitt, der aus der Versuchstabelle zu entnehmen ist, zu schmieden. Er that dieses auf eine seiner Redlichkeit und Geschicklichkeit entsprechende Art, und war auch selbst bei den Versuchen mitwirkend thätig.

Auſser diesen beiden Stahlgattungen habe ich auch noch folgende feinere Sorten auf gleiche Art behandelt und untersucht.

Eine Gattung damascirten Stahls aus der Fabrik eines sehr geschickten Hammermeisters in Österreich, Hrn. *Daniel Fischer* zu St. Ägidy, der sein übrigens zu gewissen Zwecken treffliches Fabricat selbst zu Untersuchungen dieser Art angeboten hatte. Die zweckmässig verfertigten Stangen hatte er selbst mir eingesendet, und bloſs, weil selbe einen etwas zu starken Querschnitt hatten, lieſs ich in der mittleren Länge, die so wie bei allen übrigen Stangen ungefähr 21″ betrug, einen Theil ungefähr 6″ lang von den beiden Seiten so weit einfeilen, bis der vierkantige Querschnitt ungefähr etwas mehr als 1 ½ Linie an jeder Fläche zum Umfange hatte. Zur mehreren Richtigkeit der Beurtheilung muſs ich beifügen, daſs Hr. *Fischer* mit der Art und Weise, wie der Versuch gemacht wird, als abwesend von hier, nicht bekannt, auf diese kleinen Stahlstangen, gerade in der Mitte, das Wort *damascirt* mit Punzen, zwar ohne sichtbaren Nachtheil, aber ziemlich tief schlagen lieſs.

Bei einigen Versuchen sprang die Stange gerade bei diesem eingeschlagenen Worte, bei anderen nicht; aber eine Verletzung kann dann doch hier Statt gefunden haben. Weich war diese Stahlgattung ganz besonders, und jedes Taschenmesser im Stande, beträchtliche Einschnitte auf selber zu machen.

Die vierte Sorte Stahl war ein von dem Schlossermeister des k. k. Hauptmünzamtes in Wien, dem Hrn. *Gerlach*, verfertigter ausgezeichnet feiner Gufsstahl, dessen treffliche Eigenschaften ihn ganz vorzüglich zu Streckwalzen und anderem Münzgeräth, so wie zu den feinsten Schneidewerkzeugen eignen. Die Erzeugung dieses Stahles wird stets ein ausgezeichnetes Verdienst dieses ehrenwerthen Mannes seyn, wenn gleich der natürlich hohe Preis eines so grofsen Feuer- und Tiegelaufwand fordernden Fabricats dasselbe, ungeachtet seines sehr vortheilhaften Kraftverhältnisses, nicht wohl zur Verfertigung von Ketten eignet. Auch so weich als der vorige war er im abgelassenen Zustande nicht, liefs sich aber doch ohne alle Gefahr des Abspringens unter ziemlich scharfen Winkeln biegen und gerade richten, gab kalt dem Hammer leicht nach, und würde sich selbst zum Theil kalt strecken lassen; zum Theil war er, nach Versicherung des Hrn. *Gerlach*, schweifsbar, zum Theil nicht, was von der, in seiner Willkür stehenden, Fabrications-Manipulation abhängen soll, worüber mir nähere Aufklärung zu verschaffen die schuldige Bescheidenheit verbot.

Die Stangen aus diesem Stahl hat Hr. *Gerlach* selbst geschmiedet, und auch persönlich an allen damit gemachten Versuchen thätigen Antheil genommen. Die ausgezeichnete Feinheit des Korns im Bruch dieser Stangen ist mir in einem höheren Grade noch nie vorgekommen, und beweiset die Trefflichkeit und Reinheit des

Materials; besonders soll er eine Politur und Härte annehmen, die ihn den feinsten Sorten englischen Stahls gleich stellt.

Mit Eisen habe ich, wie schon oben erwähnet, bei Gelegenheit des Baues der hiesigen Kettenbrücke, sowohl mit der später zu besprechenden kleinen Hebelmaschine, an zwei bis drei Linien starken Stangen, als auch mit zwei Zoll starken Stangen, wie sie als Bestandtheile der Kette selbst angewendet worden, auf einer nach gleichem Principe verfertigten Maschine, die eine Kraft von mehr als 1200 Centner ausübet, Versuche gemacht. Um nicht zu weitläufig für einen in diesem Journale beschränkten Raum zu werden, mufs ich auf das, was ich darüber in der bei *J. P. Solinger* in Wien im Jahre 1826 herausgegebenen Beschreibung der Sophienbrücke gesagt habe, verweisen; im Allgemeinen aber nur so viel, dafs im Hauptresultat aller Versuche das untersuchte Eisen nicht viel mehr als 400 Centner auf den Quadratzoll trug. Draht, nach einer von meinem Bruder, Hrn. *Ferdinand* Ritter v. *Mittis*, im Jahre 1825 bei Hrn. *Trentschensky* allhier lithographirt herausgegebenen Beschreibung über die von ihm als gröfserem Versuch erbaute, und noch in dem k. k. botanischen Garten der hiesigen Universität stehende Drahtbrücke, trägt im Verhältnisse des kleineren Flächendurchschnittes bedeutend mehr, ja selbst bis 6 und 700 Centner auf den Quadratzoll. Diese Ergebnisse veranlafsten mich, dermal zugleich mit den Stahlversuchen auch ein durch Walzen gestrecktes Eisenblech, ungefähr eine Linie dick, in Form von solchen Stangen, die für die Maschine brauchbar waren, schmieden und ausfeilen zu lassen, und zwar so, dafs eine derselben, der Länge nach, wie das Blech durch die Walze gegangen ist, die zweite aber senkrecht auf die vorige Richtung über quer ausgeschnitten

worden ist; die Resultate des Versuches sind der Tabelle ebenfalls angefüget, haben aber meiner Erwartung keinesweges entsprochen; besonders ist die erstere Stange bei einer viel zu geringen Belastung gebrochen, der Bruch war förmlich in schieferähnlichen Blättern, und mit höchst unförmlichen Kanten erfolget, und einige Blättertheile sprangen sogar heraus, und gingen verloren.

Ob gestreckte Stangen von Eisen statt gehämmerten eine gröſsere Kraft zeigen würden, behalte ich mir noch zu versuchen vor, und habe bereits die Hoffnung, solche von einer unserer vorzüglichsten Eisenfabriken zu erhalten.

Um jene Leser dieses Aufsatzes, für welche die Entscheidung der Frage, ob der Stahl wirklich die von mir nach Versuchen angegebene Kraft habe, ein näheres wissenschaftliches oder practisches Interesse hat, in den Stand zu setzen, die Art und Weise des Verfahrens zu beurtheilen, wie ich bei den gemachten Versuchen zu Werke gegangen bin, mag es vor allem nöthig seyn, in Fig. 1 eine Zeichnung der Maschine vorzulegen, die ich gebrauchte, um die zu prüfenden Stangen nach und nach, und bis zu endlich erfolgtem Bruche zu belasten.

Bei der Einfachheit der Maschine, welche im Grunde nichts als ein gehörig eingerichteter Winkelhebel ist, glaube ich, wird der durch die Zeichnung gegebene verticale Aufriſs der Maschine genügend für den Zweck seyn, die Gebrauchsweise der Maschine und ihre Wirkung zu erklären. Zwei parallel laufende starke Bohlenwände aus festem Eichenholz bilden eine Art von länglichtem Kasten, der mit einer aus gleichem festen Holz verfertigten Wand an der vorderen und rückwärtigen Seite geschlossen ist. Durch die Rückseite *A* gehet ein cylindrisch gebohrtes Loch, hinter welchem von auſsen

eine starke Stahlplatte mit einer gleichmäſsigen Öffnung angebracht ist, um diese Wände gehörig zu verstärken; diese Öffnung ist bestimmt, eine Schraubenspindel *B* aufzunehmen, an deren Kopf eine Art von Kloben *C* zwischen den Seitenwänden, in einer nutförmigen Bahn laufend, vor- und rückwärts sich schiebet, je nachdem die Spindel mit der starken hinter der erwähnten Stahlplatte angebrachten metallenen Schraubenmutter, und einem dazu passenden Schlüssel angezogen wird. Die Vorderwand des Kastens *F* ist ebenfalls mit einer solchen Stahlwand durchaus von auſsen bedeckt; in $^3/_4$ der Höhe derselben ist eine besonders sorgfältig gearbeitete und gehärtete längliche Pfanne, nach auſsen etwas vorragend, befestiget, *G*, und dazu bestimmt, den Ruhepunct des Hebels, der in wagerechter verlängerter Richtung des Kastens von *H* bis *I* reichet, und von seiner keilförmigen Stützungsschneide *K* an bis an die am äussersten Ende an einem genau abgerundeten Bolzen hängende Wagebrücke *L* genau 30 Zoll miſst, aufzunehmen. An derselben vorderen Seite des Kastens raget über selben hin, vom Hebel aus, abermals ein durch starke Eisen- und Stahlbeschläge befestigter horizontal gespaltener Kloben, wie jener an der Spindel zur Aufnahme der zu untersuchenden Stange bestimmt, die mit einem eigenen vertical einzusteckenden Bolzen festgehalten werden. Die Entfernung der Ruhepunctschneide bis zum Mittelpuncte des Horizontal-Bolzens, der den Kloben mit der oberen Kante des Hebels verbindet, ist genau 1 $^1/_2$'', was das Maſs des kürzeren Hebelarmes bildet, der also im Verhältnisse wie 1 zu 20 stehet.

Vom Boden des Kastens oder Maschinkörpers aus, in gleicher Horizontal-Verlängerung, laufen unter dem Hebel hin an jeder Seite verlängerte Balken *N*, die dazu dienen, zwei Paar Seitenstützen aufzunehmen, die, ohne

das ſreie Spiel des Hebels bei seiner Drehung um die Ruhepunctsschneide zu hindern oder zu hemmen, doch vorbeugen, daſs selber, wenn er nach erfolgtem Bruch der Stange gewaltsam nach auſsen geschleudert wird, nicht zu Boden fällt; zu derselben Absicht befindet sich über den, dem Zugpuncte zunächst befindlichen beiden verticalen Stützen ein Querbalken *P* aufgeschraubt, der unter dem Hebel zwei kleine Schemel *Q* hat, die den frei werdenden Hebel so zu sagen auffangen. An der äuſsersten verticalen Seitenstütze befindet sich bei *R* eine festgeschraubte Spitze, die auf einer an der Hebelseitenfläche angebrachten gravirten Stahlplatte *S* die genaue Horizontallage des Hebels anzeiget, weil nur in dieser Lage der Hebel mit ganzer Kraft wirkt; sobald man hier bemerket, daſs er gegen den Zug der Gewichte hin nachgibt und sinket, so wird die Spindel auf der Rückwand angezogen, und somit die horizontale Stellung hergestellt.

Aus diesem ist leicht begreiflich, daſs jedes Sinken des Hebels nur dann Statt finde, wenn die eingespannte Stange sich der Länge nach strecket. Das Anziehen der Spindel muſs natürlich mit möglichster Gleichförmigkeit, und immer sehr langsam geschehen, um keinen heftigen und gewaltsamen Riſs an der zu versuchenden Stange zu veranlassen. Eine gleiche Vorsicht muſs man auch bei der Auflegung der Gewichte auf die Wagbrücke beobachten; und am zweckmäſsigsten habe ich gefunden, die Vermehrung der Belastung durch Zugabe der Bleischrote zu bewerkstelligen, die man in eine an der Wagbrücke aufgehängte Kiste so lange zugibt, bis die Stange springt, hernach das Ganze wiegt. Der Hebel selbst, welcher von starken verzahnten Eichenbohlen gemacht, und nebstbei mit Stahl und Eisen stark armiret ist, wirket schon für sich durch sein Gewicht

mit 120 Pf. Kraft, und jedes Pfund Gewicht, das auf die Wagbrücke gelegt wird, mit einer Kraft von 20 Pf., wie das Verhältniſs der Länge beider Hebelarme anzeiget.

Fig. 2 ist eine Abbildung der Probestangen; bei *a a* befinden sich die Öhre, mittelst welchen sie in die Spindel und Hebelkloben durch Bolzen befestiget werden, und *b c* ist jener Theil der Stange, welcher den Durchmesser hat, der für die Kraft berechnet wird.

Die gemachten Versuche wurden jederzeit in Gegenwart von mehreren meiner gefälligen Freunde, und Männern von erprobter Sachkenntniſs vorgenommen. Die Erfolge, welche natürlich mit dem aufgelegten Gewichte und mit dem verschiedenen Querschnitte der Stangen im Verhältnisse stehen, wurden immer mit mathematischer Genauigkeit bis in die Hunderttausendstel berechnet.

Aus den sechs mit dem feinsten Guſsstahl vorgenommenen Versuchen ergibt sich als ein Mittelwerth an absoluter Stärke von 1□″ solchen Stahles 107,920 Pf., also eine beinahe drei Mal gröſsere Festigkeit als die des bisher zu Brückenbauten angewendeten Eisens, welches nur eine absolute Kraft von 40,000 Pf. bewiesen hat.

Die fünf Versuche mit Herrn *Fischers* damascirtem Stahl gaben nur 70,220 Pf.; ein Umstand, der es wahrscheinlich macht, daſs der diesem Stahl eingegerbte Eisendraht, der zur Erzeugung des Damaskes nöthig ist, ihm einen Theil der Kraft benimmt.

Die Versuche mit gemeinem steierischen Roh- oder Tannenbaumstahl sind in der Beziehung auf die practische Anwendung unstreitig die vortheilhaftesten; sie gaben bei völliger Gleichheit der einzelnen Resultate eine Kraft von 114,953 Pf. auf 1□″ Durchschnitt, und übertreffen daher das Eisen um 74,953 Pf., also noch mehr als der feinste Guſsstahl.

Zu welchen Erwartungen berechtiget dieses treffliche Material, wenn es nur einiger Maſsen noch durch eine Art Gärbung mehr gereiniget wird? Das Verhältniſs des Preises gegen Eisen, als rohes Material, mag höchstens wie 9 zu 7 seyn, und die Bearbeitung wird wahrscheinlich für Stahl ebenfalls nicht beträchtlich kostbarer seyn. In der Anwendung, besonders für Kettenbrücken, vermindert sich aber die Menge des Gewichtes und Stärke der nöthigen Querschnitte der Ketten nicht nur nach obigem Kraftunterschiede, sondern auch noch überdieſs durch das geringere nöthige Gewicht der Ketten; und selbst die Widerlagen und alle übrigen Befestigungstheile einer solchen Brücke können verhältniſsmäſsig weniger in Anspruch genommen, also mit Ersparungen gebauet werden.

Noch auffallender spricht sich der Vortheil dann aus, wenn von Brückenbauten mit sehr beträchtlichen Spannweiten die Rede ist; zum Beispiel über die Donau bei Pesth, oder hier am Tabor wäre es vielleicht sehr möglich, mit Stahl eine Kettenbrücke ohne alle Mittelpfeiler zu bauen. Wer die Kosten eines solchen in den Strom zu errichtenden Brückenpfeilers berechnet, wird leicht einsehen, daſs die gröſsere Höhe und Stärke der Landpfeiler bei weitem weniger Kosten erfordert. Wenn auch das nicht wäre, so würde die volle Freiheit des Flusses für die Schifffahrt bei Eisgängen und Überschwemmungen die höchste Sicherheit für die Brücke, und die Entfernung jedes Anlasses zu einem Unglück mit sich bringen.

Die drei Versuche mit dem sogenannten Brescianer Stahl sind weniger gleichförmig in ihren Resultaten, Ihr Mittelwerth an absoluter Kraft, die 90,000 Pf. beträgt, ist immerhin noch groſs genug; allein weder der Preis noch eine sonstige Betrachtung scheinet für den Gebrauch

dieser Gattung, wenigstens nach diesen ersten vorläufigen Versuchen, zu sprechen, die aber ohnehin noch vervielfältiget, und für diese Gattung Stahl, so wie für alle übrigen auch im Grofsen unternommen werden müssen.

Die ferneren Resultate seiner Zeit nachzutragen und bekannt zu machen, wird der Verfasser dieses Aufsatzes nicht unterlassen *).

Über die physische Ursache, welche diese bei weitem gröfsere Festigkeit des Stahls begründet, schon dermal ein bestimmtes Urtheil zu fällen, würde etwas vorlaut seyn; aber als eine oberflächige Bemerkung sey es gesagt, dafs ich bemerkte, dafs alle die Stangen, welche abgerissen worden sind, dem Zug der Gewichte bei weitem weniger durch Zusammenziehung des Querschnittes nachgegeben haben, als ich dieses bei allen Eisengattungen, selbst lange vor dem Maximum der Belastung, erfahren habe.

Die constante Behauptung des einmal gegebenen Querschnittes, scheinet mir, würde bei gehärtetem Stahl vielleicht noch gröfser seyn, und Versuche würden uns darüber belehren; allein wegen der damit verbundenen gröfseren Sprengbarkeit frägt es sich sehr, ob man für die Praxis davon Gebrauch machen kann, oder wenigstens, welchen Grad der Härtung man etwa geben dürfe?

*) Nachdem die oben beschriebenen Versuche hier gemacht, und sogar dieser Bekanntmachungsaufsatz verfafst war, gelangte der Verfasser zur Kenntnifs einiger, von dem Hrn. *Georg Rennier*, jun., angestellter ähnlicher Versuche, die Hr. *T. Tredgold* in den Verhandlungen der königl. englischen Gesellschaft bekannt gemacht hat.

Nach diesen Versuchen, die auf österreichisches Mafs und Gewicht für den Quadratzoll reducirt sind, beträgt die Stärke von englischem Gufsstahl 116,992 Pf., des gesammten gemeinen Stahls 116,016 Pf., und des deutschen Stahls 111,216 Pf. Eine neue Bestätigung der angezeigten Resultate.

Tabelle über die Versuche in Beziehung der absoluten Festigkeit einiger Gattungen inländischen Stahls.

Zahl des Versuches	Stahlgattung.	Breite jeder Seitenfläche der untersuchten vierkantigen Stahlstangen in Decimal-Theilen des Wiener Zolles.	Flächendurchschnitt der Stange in Decimal-Theilen des Wiener Quadratzolles.	Specifisches Gewicht der Gattung Stahl.	Gewicht, welches die Stange bis zum Bruche trug.	Anzahl der Stangen, deren Durchschnitt zusammen 1□″ betragen würde.	Belastung für einen Querschnitt von 1□″.
1	Herrn *Gerlach's* Gufsstahl.	0,1201	0,014	7,898	1500 Pf.	69	103500 Pf.
2		0,1158	0,0138		1580 »	72	113760 »
3		0,1	0,01		1220 »	90	109800 »
4		0,08	0,0073		840 »	136	114240 »
5		0,095	0,0099		1160 »	101	11760 »
6		0,1169	0,1366		1220 »	73	89060 »
1	Herrn *Daniel Fischer's* damascirter Stahl.	0,1230	0,015	7,797	1220 »	65	79300 »
2		0,1131	0,0128		860 »	78	67080 »
3		0,1291	0,0166		1160 »	60	69600 »
4		0,1131	0,0128		840 »	78	65520 »
5		0,13	0,0169		1160 »	60	69600 »
1	Vordernberger Rohstahl.	0,1158	0,0134	7,3	1540 »	74	113960 »
2		0,1152	0,0132		1500 »	75	112500 »
3		0,1116	0,0124		1480 »	80	118400 »
1	Brescianer Stahl aus Kärnthen.	0,1122	0,0126	7,378	970 »	80	77600 »
2		0,1098	0,01206		1050 »	83	87150 »
3		0,111	0,0123		1300 »	81	105300 »
1	Gewalztes Eisenblech, der Länge nach geschnitten . . , .		0,02596	7,857	840 »	38,5	32340 »
2	Dasselbe nach der Quere geschn.		0,03		1260 »	33,8	41958 »

II.

Über die Veränderung des Gefrierpunctes an Quecksilber-Thermometern,

vom

Ritter von *Bürg*.

(Aus einem Schreiben des Herrn Verfassers an *A. B.*)

Am 28. December des verflossenen Jahres untersuchte ich die Gefrierpuncte an meinen Thermometern, und fand die Behauptung bestätiget, daſs die Gefrierpuncte luftleer gemachter Thermometer in Folge der Zeit steigen; der Unterschied war jedoch nicht so groſs, als ich nach den Erfahrungen Anderer erwartet hatte. Ich besitze nur einen Thermometer, welcher nicht mehr luftleer ist, weil das obere Ende der Röhre durch einen Zufall abgebrochen und wieder zugeschmolzen wurde; den Gefrierpunct an diesem Thermometer fand ich bei der letzten Untersuchung vollkommen richtig bestimmt, bei allen übrigen blieb das Quecksilber in der Röhre $^1/_4$ bis $^1/_3$ eines Reaumur'schen Grades über dem eingeschnittenen Zeichen. Zur Bestimmung selbst wählte ich sehr klein zerstoſsenes Eis, und sah sorgfältig darauf, daſs zwischen den Kugeln und dem Eise keine merklichen Zwischenräume blieben; um aber jeden Zweifel zu beseitigen, senkte ich einen meiner besten Thermometer, dessen Kugel 3 $^3/_4$ Linien im Durchmesser hat, und an dessen Scale 1° Réaumur 2,5 L. beträgt, in ein Gefäſs mit Wasser, und setzte dasselbe während der Nacht der freien Luft aus. Morgens fand ich die Oberfläche des Wassers gefroren, um die Kugel war aber dasselbe noch flüssig. Das Quecksilber in der Röhre blieb unverändert, selbst nachdem ich die Eisrinde zerbrochen hatte,

$^1/_8{}^0$ über dem eingeschnittenen Zeichen. In der Schätzung des Bruchtheiles konnte ich mich in so ferne nicht leicht irren, weil die Scale in halbe Grade getheilt, und der vierte Theil einer solchen Unterabtheilung noch sehr augenfällig ist. — Die Gefrierpuncte an meinen Thermometern sind übrigens zuerst vor zehn bis zwölf Jahren, und nicht alle zu gleicher Zeit bestimmt worden. Deſswegen, weil das Resultat meiner Beobachtungen kleiner war, als ich nach den Beobachtungen Anderer erwartete, erlaube ich mir keinesweges die Genauigkeit der letzteren zu bezweifeln, denn es ist mir begreiflich, daſs die Änderung beträchtlich seyn könne, wenn der Durchmesser der Kugel groſs, und die Scale verhältniſsmäſsig klein ist.

III.

Analyse des zum Wiener Pakfong verwendeten Nickels,

vom

Med. Dr. Ritter von *Holger.*

Da die Trennung des Nickels von andern Metallen, und vorzüglich vom Arsenik, unter die schwierigsten Arbeiten des Chemikers gehört, war es allgemeiner Wunsch, die Reinheit des vom Hrn. von *Gersdorf* dargestellten, und zu der unter dem Namen Wiener Pakfong verwendeten Metallcomposition verwendeten Nickels zu prüfen; zumal da das Pakfong auch zur Verfertigung von Eſslöffeln dient, wobei ein gröſserer Arsenikgehalt nicht ohne Nachtheil für die Gesundheit seyn würde.

Das zur Untersuchung verwendete Nickel ist nicht

der, unter dem Namen Nickelschwamm von *Otto Erdmann* in den Jahrbüchern der Chemie und Physik von *Schweigger* 1826 angeführte, früher zur Erzeugung des Pakfongs verwendete Körper, sondern ein, nach einer neuen, noch nicht bekannt gemachten Methode, gereinigtes Nickel, welches vom Magnete stark gezogen wird, metallglänzend, von körnigem Gefüge, ähnlich dem weifsen Speifskobalte ist, und Spuren des unvollendeten Schmelzens an sich trägt.

100 Gr. dieses Nickels wurden in verdünnter Schwefelsäure, mit Beihülfe der Wärme, unter beständigem Zufügen kleiner Antheile Salpetersäure, aufgelöst, mit der Absicht, das vorhandene Arsenik in Arseniksäure umzuwandeln. Es blieben 2,22 unauflösliches Nickelkarbonid, welches abgesondert wurde.

Durch die Auflösung wurde Schwefelhydrogengas zu wiederholten Malen, nach gehörig abgewarteten Zwischenzeiten, geleitet, indem Arseniksäure erst nach längerer Berührung durch dieses Gas gefällt wird, bis sich endlich die Flüssigkeit nicht mehr trübte; der erhaltene rothbraune Niederschlag konnte ein arsenikgeschwefelter Kupferschwefel seyn, da die Abwesenheit des Bleies schon durch die Auflösung des Nickels in Schwefelsäure, ohne schwefelsaures Bleioxyd abzusetzen, hinreichend bewiesen war. Er wurde in Salpetersäure gekocht, der ausgeschiedene Schwefel abgesondert, und aus der neutral gemachten Flüssigkeit zuerst durch karbonsaures Kali das Kupferoxyd, dann durch salzsaures Eisenperoxyd die Arseniksäure gefällt, beide Niederschläge gut gewaschen, getrocknet, und aus ihnen die Menge des im Nickel vorhandenen Kupfers und Arseniks berechnet.

Die übrige Auflösung wurde neutralisirt, und durch benzoesaures Kali aus ihr das Eisenoxyd gefällt. Der Niederschlag wurde ausgeglüht; da aber dabei Eisenprotoxyd

und Peroxyd in einem nicht genau zu bestimmenden Verhältnisse erzeugt werden, wurde der Rest des Ausglühens in Salpetersäure gekocht, aus dieser Lösung das Eisen als Pariserblau gefällt, und nach dem bekannten Verhältnisse (1 Th. Pariserblau gibt nach dem Ausglühen 0,52 Eisenperoxyd) der Eisengehalt des Nickels berechnet.

Die vom benzoesauren Eisenperoxyde abgesonderte Auflösung wurde, nach *Philips* Methode, zuerst mit Ammoniak versetzt, dann durch Ätzkalilösung hieraus das Nickeloxydhydrat gefällt, dieses getrocknet, und nachdem das chemisch gebundene Wasser im verschlossenen Gefäſse abdestillirt war, auf Metall berechnet.

Der Rest der Auflösung war zwar deutlich rosenroth gefärbt, Kobalt war aber doch in so geringer Menge darin vorhanden, daſs es auf keine Art daraus gefällt werden konnte, sondern durch Subtraction bestimmt wurde.

Hundert Theile des zu dieser Analyse verwendeten Nickels bestehen sonach aus

unauflöslichem Nickelkarbonid .	2,22
reinem Nickel	92,59
Kupfer	00,94
Arsenik	1,20
Eisen	2,82
Kobalt	0,23
	100,00.

Das mir zugleich übergebene Pakfong bestand nach Hrn. von *Gersdorfs* eigener Angabe

aus Kupfer . . .	2 $^3/_4$
Nickel . . .	1
Zink	$^3/_4$ Theilen;

es enthielt sonach auf Hunderttheile berechnet:

Kupfer	61,12
Nickel	22,22
Zink	16,66
	100,00.

Vergleicht man nun die gelieferte Analyse des Nickels mit den Bestandtheilen des Pakfongs, so enthält letzteres in hundert Theilen:

Kupfer	61,32
Nickel	20,57
Zink	16,66
Eisen	00,62
Arsenik	00,26
Kobalt	00,05
	99,48.

Die fehlenden 00,52 beziehen sich auf das unauflösliche Nickelkarbonid, welches hier unbedenklich als reines Nickel angenommen werden kann.

* * *

Um der Bemerkung zu begegnen: es dürfte vielleicht bloſs das Nickel Arsenik enthalten, dieses aber während des Verschmelzens zu Pakfong verflüchtiget werden, und das Pakfong sonach ganz arsenikfrei seyn; wurde das Pakfong nach der bereits beim Nickel angewendeten Methode untersucht, und ebenfalls ein Niederschlag von arseniksaurem Eisen erhalten, der dafür sprach, daſs die berechnete Menge in demselben vorhanden sey.

100 Th. Pakfong verloren im destillirten Essig nach achtzehn Tagen 0,77. — 100 Th. 13löthiges Probesilber unter denselben Bedingungen 0,07.

100 Th. Pakfong verloren in concentrirter Essigsäure in dreiſsig Tagen 2,17; weder in der ersten noch in der zweiten Auflösung zeigte schwefelsaures Ammo-

niakkupfer eine Spur Arsenik an. Arsenikmetall, in concentrirter Essigsäure vier Tage stehen gelassen, löste sich nicht im geringsten auf. Eben so wenig war, als es mit concentrirter Essigsäure gekocht wurde, eine Spur von aufgelöstem Arsenik in der neutralisirten Säure zu entdecken.

Sonach verdient es gerügt zu werden, daſs die allgemeine Zeitung, Beilage, Nro. 337, 1826, das Wiener Pakfong dem Schneeberger Argentan als *arsenikhaltiges Weiſskupfer* gegenüber stellt, und die Verarbeitung des ersteren an der Stelle des letzteren *trügerische* Verfälschung nennt. Dieser Name könnte dieser Vertauschung nur dann beigelegt werden, wenn bei dem Gebrauche der aus Pakfong verfertigten Eſslöffel Arsenikvergiftung zu befürchten stünde. Dagegen spricht indessen die geringe Menge des in dem Pakfong vorhandenen Arseniks, indem ein ganzer Eſslöffel, zu drei Loth angenommen, nicht mehr als 0,0072 oder 0,017 Gran Arsenik enthält: eine Menge, die wir in den meisten käuflichen Zinngeschirren gewiſs auch nachweisen könnten; dann die Unauflöslichkeit des Arsenikmetalls in Essigsäure, als der stärksten Säure, womit das Pakfong beim Speisengenusse in Berührung kommen kann.

Es wird gewiſs jeder Chemiker das Bemühen *Gersdorf's*, ein bis auf diesen Grad gereinigtes Nickel im Groſsen darzustellen, dankbar erkennen, und an dieser erfreulichen Erscheinung im Gebiete der Chemie um so mehr Antheil nehmen, als bei dem fortgesetzten Streben Hrn. v. *Gersdorf's* nach möglichster Reinigung seines Erzeugnisses mit Grund zu erwarten ist, daſs der gegenwärtig erzeugte Nickel schon als chemisch rein wird anerkannt werden müssen.

IV.
Über den unterphosphorigsauren Kalk und dessen Zersetzung,

von

J. Bachmann.

Phosphorcalcium wird mit kochendheifsem Wasser übergossen, durch 8 bis 10 Stunden unter öfterem Umrühren digerirt, filtrirt, mit heifsem Wasser gewaschen; das Filtrat durch einen Strom Kohlensäure vom überschüssig anwesenden Kalke befreit, erhitzt, filtrirt, und zur Krystallisation abgedampft; da der Unterschied der Löslichkeit des Salzes im kalten, oder heifsen Wasser nur geringe ist, so krystallisirt es am besten während des allmählichen Abrauchens.

Die Auflösung des Salzes wurde bis zur staubigen Trockne gebracht, wobei die Hitze + 100 C. nicht viel übersteigen darf, indem sonst das Salz sehr leicht den Anfang einer Zersetzung erleidet, welchen man leicht an dem eigenen brenzlich stechenden Geruche bemerkt, der ihm sonst durchaus nicht eigen ist. Sonst hat es einen bitteren, ekelhaften Geschmack, eine reine weifse Farbe, ist sehr leicht im Wasser löslich; erhitzt sublimirt sich etwas, welches aber wohl dem Fortreifsen von Phosphorhydrogen, welches sich dabei in grofser Menge entbindet, zuzuschreiben ist; mit rauchender Salpetersäure in nicht zu grofser Menge übergossen (damit der Überschufs derselben das Gemenge nicht zu sehr abkühle) entzündet es sich; mit salpetersaurem und chlorigtsaurem Kali gemengt verpufft es äufserst heftig; ein Gemenge von 3 Grammen des letztern, mit 5 Grammen Quarz und 2 Grammen Salz, entzündete sich wäh-

rend des Mengens; das Product war phosphorsaurer Kalk, phosphors. Kali und Chlor. Salpetersaures Silber reducirt es fast augenblicklich, der Niederschlag ist anfangs schwarzbraun, geht aber bald ins Grauliche über, während sich die Flüssigkeit mit einem metallischen Häutchen bedeckt. Man erhält daraus die unterphosphorige Säure, wenn das Salz mit verdünnter Schwefelsäure übergossen, digerirt, filtrirt, unter der Luftpumpe abgedampft, und dann die Säure von dem sich noch ausscheidenden Gypse abgegossen wird; selbe ist fast ganz rein.

Die Zusammensetzung des Salzes auszumitteln, wurden folgende Versuche angestellt.

a) 100 Theile des bis zur staubigen Trockne gebrachten Salzes wurden mit einem Überschufs rauchender Salpetersäure übergossen; nachdem die heftigste Einwirkung vorüber war, wurde die Masse geglüht; gewogen gab selbe 111·0 eines Salzes, welches auf Platin vor dem Löthrohre anfangs zu einer trüben Perle schmolz, welche beim Weifsglühen unter Entwickelung eines Rauches helle wurde. Um mich noch mehr zu überzeugen, wurden

b) 100 Theile Salz, in Wasser gelöst, mit kleesaurem Ammoniak gefällt, der Präcipitat sammt dem Filter geglüht, bis er weifs wurde, mit einigen Tropfen kohlensaurem Ammoniak übergossen, und bis zum Glühen erhitzt; er gab 56·3 kohlensauren Kalk, welchem demnach 31·7 reine Kalkerde entsprechen, und daher sind die nach (*a*) erhaltenen 111·0 Gewichtstheile saurer phosphors. Kalk $(\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}{}^{2}\,\ddot{C}a)$, welchem wieder 34·89 Phosphor entsprechen.

Wird unterphosphorigsaurer Kalk durch Glühen zersetzt, so entweicht eine Menge Phosphorhydrogen

und etwas Wasser; allein das Verhältniſs der Luft zum Wasser fällt in mehreren Versuchen verschieden aus, es scheint als hänge dieſs von schneller oder langsamer Erhitzung des Salzes ab; das Gas, welches entweicht, ist auch nicht durchaus gleichartig; zuerst entweicht Phosphorhydrogen in maximo, welches sich an der Luft entzündet, später kommt eine Luftart, welche sich an der Luft nicht von selbst entzündet, nicht den unangenehmen Geruch des Phosphorhydrogens in minimo hat, gleichwohl aber angezündet mit heller phosphoriger Flamme brennt Auch die relativen Mengen dieser Gasarten fallen nicht immer gleich aus; von 3·280 Grammen bekommt man beiläufig 23 Kubikzoll, wovon $^2/_3$ Phosphorhydrogen in max., $^1/_3$ aber die zweite Luftart ist.

c) 4·460 Grammen Salz wurden in einem Kolben, welcher mit einer mit Chlorcalcium gefüllten, und in Quecksilber tauchenden Röhre versehen war, bis zum Glühen der Masse und Senken des Bodens erhitzt. Es entwickelten sich obgenannte Gasarten, Phosphor sublimirte sich im Halse des Kolbens, und der salzsaure Kalk wurde feucht. Nach dem Erkalten wurde die Röhre mit Chlorcalcium gewogen, sie hatte um ·209 zugenommen, der Kolben sammt Inhalte hatte ·589 verloren; er wurde zerschlagen, das rückständige Salz wog 3·577, also der Phosphor im Halse des Kolbens ·294; das 3·577 betragende Salz war bloſs an der Oberfläche mit etwas Phosphor durchzogen, sonst schmutzig weiſs; es konnte nichts anderes seyn, als Kalk mit Phosphorsäure verbunden, und muſste daher vermöge (*b*) aus 1·413 $\ddot{C}a$ und 2·164 $\dddot{\dot{P}}$ = [·952 P + 1·212 O] bestehen, weil sich bei der Glühhitze keine andere Säure des Phosphors erhalten kann. Da nun die Menge Phosphor in 4·460 Salz 1·556 beträgt, so hat man 1·556 — ·952 — ·294 = ·310,

welche Menge Phosphor in denen ·589 — ·209 = 380 entwichenen Gasen enthalten seyn mufste, und daher hat man ·380 — ·310 = ·70 Hydrogen, welchem wieder (als Wasser) ·566 Oxygen entsprechen; zieht man diese Menge Oxygen von 1·212 O ab, so bleiben ·646 O als der Säure des Salzes angehörig, welche Menge von der (nach der Annahme, dafs die unterphosphorige Säure die Hälfte des Sauerstoffes der phosphorigen enthalte) berechneten ·594 um ·052 verschieden ist; bedenkt man indessen, dafs der Rückstand noch etwas mit Phosphor durchzogen war, und ·052 O von ·0065 H. getilgt werden, so ist der Fehler nur geringe.

Es besteht daher das bis zur staubigen Trockne gebrachte Salz aus

durch Versuche	oder aus durch Berechnung,
31·7 $\ddot{C}a$	31·69 $\ddot{C}a$
34·8 P	48·27 $P^{1\,1/2}$
13·4 O	
20·1 Aq	20·04 Aq
100·0	100·00

wenn man die Formel $[\ddot{C}a + 2P + 3O + 4Aq]$ annimmt, wornach das Atomengewicht desselben = 2246·38 wäre.

V.

Summirung einer Reihe,

von

Karl Lamla.

Gaufs hat in einer, in dem zweiten Bande der Göttingischen Commentationen befindlichen Abhandlung, die Reihe, deren allgemeines Glied

$$\frac{\alpha(\alpha+1)\ldots.(\alpha+n-1)\,\beta(\beta+1)\ldots.(\beta+n-1)}{1\;.\;2\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;n\;.\;\gamma(\gamma+1)\ldots.(\gamma+n-1)}\,x^n$$

ist, betrachtet, und dieselbe für den besonderen Fall, wenn $x=1$ gesetzt wird, auf eine äuſserst sinnreiche und schöne Weise summirt. Dadurch wurde ich veranlaſst, eine etwas allgemeinere Reihe zu behandeln, die aus dem allgemeinen Gliede

$$U_n\,x^n = \frac{[\alpha,\ \alpha+n-1]\ [\beta,\ \beta+n-1]}{[\gamma,\ \gamma+n-1]\ [\delta,\ \delta+n-1]}\ x^n,$$

in welchem das Symbol $[\alpha,\ \alpha+n-1]$ das Product von n Factoren $\alpha(\alpha+1)\ (\alpha+2)\ \ldots.(\alpha+n-1)$, und die übrigen Symbole ähnliche Producte bedeuten, hervorgeht, wenn man der Gröſse n, von o angefangen, nach und nach alle möglichen positiven und negativen Werthe beilegt, und versuchte, dieselbe doch wenigstens unter einigen Beschränkungen zu summiren.

Um sich eine genaue Vorstellung von der Beschaffenheit letzterer Reihe zu verschaffen, ist es vor allem Anderen nöthig, die Bedeutung von U_n für negative Werthe von n, und für $n=0$ in Erwägung zu ziehen; welches nicht schwierig seyn wird, wenn man nur bemerkt, daſs $[\alpha,\ \alpha+n-1] = \frac{[\alpha,\ \alpha+n+p]}{[\alpha+n,\ \alpha+n+p]}$ ist, wo p jede positive noch so groſse ganze Zahl seyn kann.

Dem zu Folge ist

$$[\alpha,\ \alpha-n-1] = \frac{[\alpha,\ \alpha+p-n]}{[\alpha-n,\ \alpha+p-n]} = \frac{1}{(\alpha-1)\ (\alpha-2)\ldots(\alpha-n)},$$

indem man sich p, wie früher erwähnt, so groſs als man will, also auch gröſser als n denken kann. Es ist demnach

$$U_{-n} = \frac{[\alpha,\alpha-n-1][\beta,\beta-n-1]}{[\gamma,\gamma-n-1][\delta,\delta-n-1]} = \frac{(\gamma-1)\ldots(\gamma-n)(\delta-1)\ldots(\delta-n)}{(\alpha-1)\ldots(\alpha-n)(\beta-1)\ldots(\beta-n)}$$

Setzt man in dem Symbole $[\alpha,\ \alpha+n-1]$ Null statt n, so hat man

$$[\alpha, \alpha - 1] = \frac{[\alpha, \alpha + p]}{[\alpha, \alpha + p]} = 1,$$

also $$U_0 = \frac{[\alpha, \alpha - 1]\,[\beta, \beta - 1]}{[\gamma, \gamma - 1]\,[\delta, \delta - 1]} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 1.$$

Bezeichnen wir nun die zu betrachtende Reihe, als von den Gröſsen α, β, γ, δ, x abhängend, kurz durch $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x)$, so hat man

$$f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) = \sum_{-\infty, \infty} U_n x^n,$$

wo das Symbol rechter Hand des Gleichheitszeichens eine Summe von Gliedern, die aus $U_n x^n$ entspringen, indem man der Gröſse n alle zwischen $+\infty$ und $-\infty$ liegenden ganzen Werthe beilegt, bedeutet. Diesem zu Folge hat man für $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x)$ folgende Reihe:

(1) $$f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) =$$

$$= 1 + \begin{cases} \dfrac{\alpha\beta}{\gamma\delta}\,x + \dfrac{\alpha(\alpha+1)\,\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\,\delta(\delta+1)}\,x^2 + \text{etc.} \\[2ex] \dfrac{(\gamma-1)(\delta-1)}{(\alpha-1)(\beta-1)}\,x^{-1} + \dfrac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{(\alpha-1)(\alpha-2)(\beta-1)(\beta-2)}\,x^{-2} + \text{etc.}, \end{cases}$$

welche im Allgemeinen sowohl nach der Richtung der positiven als nach jener der negativen Exponenten von x ohne Ende fortschreitet, und also auch im Allgemeinen für keinen von 1 verschiedenen Werth von x convergiren kann. Bricht sie aber z. B. nach der Richtung der positiven Exponenten von x ab, welches der Fall ist, wenn α oder β einen ganzen negativen Werth bekömmt, so convergirt sie für alle Werthe von x, die, numerisch betrachtet, die Einheit übersteigen. Ist sie aber nach der Richtung der negativen Exponenten von x begränzt, sobald nämlich γ oder δ ganz und positiv ist, so findet die Convergenz für alle die Einheit, numerisch betrachtet, nicht erreichenden Werthe von x Statt. Daſs man nach keiner Convergenz zu fragen hat, sobald die Reihe nach beiden Seiten begränzt ist, bedarf wohl kei-

ner Erklärung. Bekömmt aber in unserer Reihe x den Werth ± 1, so wird sie stets convergiren, sobald nur im ersten Falle $\alpha + \beta - \gamma - \delta + 1$, und im zweiten $\alpha + \beta - \gamma - \delta$ negativ ausfällt.

Alle eben gemachten Bemerkungen sind nach den von *Gauſs* in der oben angeführten Abhandlung über Convergenz vorgetragenen Sätzen leicht zu entnehmen.

Wir wollen nun $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta. x)$ für den besonderen Fall, als $x = 1$ ist, betrachten, und statt $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, 1)$ kürzer $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ schreiben.

Es wird, wenn man das allgemeine Glied von $f(\alpha - 1, \beta, \gamma, \delta)$, nämlich

$$\frac{[\alpha - 1, \alpha + n - 2]\,[\beta, \beta + n - 1]}{[\gamma, \gamma + n - 1]\,[\delta, \delta + n - 1]},$$

durch V_n bezeichnet:

$$f(\alpha - 1, \beta, \gamma, \delta) = \sum_{-\infty, \infty} V_n;$$

und eben so, wenn W_n das allgemeine Glied $\frac{[\alpha, \alpha + n - 1]\,[\beta + 1, \beta + n]}{[\gamma, \gamma + n - 1]\,[\delta, \delta + n - 1]}$ von $f(\alpha, \beta + 1, \gamma, \delta)$ bedeutet:

$$f(\alpha, \beta + 1, \gamma, \delta) = \sum_{-\infty, \infty} W_n.$$

Um nun die Summation für diesen besonderen Fall, wenigstens zum Theile, zu bewerkstelligen, werden wir trachten, eine Abhängigkeit zwischen den Gröſsen U_n, V_n, W_n zu erforschen, und wollen, um diese leichter zu erkennen, P statt $\frac{[\alpha, \alpha + n - 2]\,[\beta, \beta + n - 1]}{[\gamma, \gamma + n - 1]\,[\delta, \delta + n - 1]}$ schreiben.

Dieser Bezeichnung zu Folge ist

$$U_n = (\alpha + n - 1)\,P, \quad V_n = (\alpha - 1)\,P,$$

$$W_n = \frac{(\alpha + n - 1)(\beta + n)}{\beta}\,P, \quad W_{n-1} = \frac{(\delta + n - 1)(\gamma + n - 1)}{\beta}\,P,$$

und daher

$$\beta(W_n - W_{n-1}) =$$

$$= [(\alpha + \beta - \gamma - \delta + 1)\,n + \beta(\alpha - 1) - (\gamma - 1)(\delta - 1)]\,P.$$

Wie man leicht sieht, ist auch

$$(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,U_n =$$
$$=[(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,n+(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)(\alpha-1)]\,P;$$

also auch, wenn man diese Gleichung von der früheren abzieht:

$$\beta(W_n-W_{n-1})-(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)U_n=(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)\,P$$

Nun ist aber auch, wie deutlich zu sehen,

$$\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,V_n=(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)\,P,$$

daher besteht die Gleichung

$$\beta(W_n-W_{n-1})-(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)U_n=\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,V_n$$

oder

(2) $$\beta(W_n-W_{n-1})=$$
$$=(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,U_n+\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,V_n\,.$$

Setzt man in dieser Gleichung statt n stufenweise alle zwischen o und $\pm w$ liegenden Werthe, summirt die auf diese Weise hervorgehenden Gleichungen, und bedient sich Kürze halber der Summenzeichen, welche in demselben Sinne wie früher zu nehmen sind, so hat man

(3) $$\beta(W_w-W_{-w-1})=$$
$$=(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\sum_{-w,\,w}U_n+\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\sum_{-w,\,w}V_n\,.$$

Gibt man aber in derselben vorigen Gleichung der Gröſse n nur die zwischen o und $+w$ liegenden Werthe, und addirt ebenfalls die auf diese Weise entstehenden Gleichungen, so ergibt sich, so wie früher, die Summenzeichen gebrauchend:

(4) $$\beta(W_w-W_{-1})=$$
$$=(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\sum_{0,\,w}U_n+\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\sum_{0,\,w}V_n\,.$$

Denkt man sich nun sowohl in (3) als (4) w unend-

lich wachsend, geht auf die Gränzen über, und deutet die Gränze einer Variablen durch das Vorsetzen der Sylbe *lim.* an, so hat man folgende Gleichungen:

$$\beta\,(\lim.\, W_w - \lim.\, W_{-w-1}) =$$

$$= (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\lim.\sum_{-w,\,w} U_n + \frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\lim.\sum_{-w,\,w} V_n\,,$$

$$\beta\,(\lim.\, W_w - W_{-1}) =$$

$$= (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\lim.\sum_{0,\,w} U_n + \frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\lim.\sum_{0,\,w} V_n\,.$$

Setzt man nun die Convergenz von $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ voraus, so führt dieselbe nothwendig auch die Convergenz von $f(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta)$, und doch wenigstens die unendliche Abnahme der Glieder in $f(\alpha, \beta+1, \gamma, \delta)$ nach beiden Richtungen, das ist, das Nullseyn von $\lim.\, W_w$ und $\lim.\, W_{-w-1}$ herbei.

Daraus folgt nun, indem man berücksichtiget, daſs

$$\lim.\sum_{-w,\,w} U_n = f(\alpha, \beta, \gamma, \delta) =$$

$$= 1 + \begin{cases} \dfrac{\alpha\,.\,\beta}{\gamma\,.\,\delta} + \dfrac{\alpha(\alpha+1)\,\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\,\delta(\delta+1)} + \text{etc.} \\[2ex] \dfrac{(\gamma-1)(\delta-1)}{(\alpha-1)(\beta-1)} + \dfrac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{(\alpha-1)(\alpha-2)(\beta-1)(\beta-2)} + \text{etc.} \end{cases}$$

und $\lim.\sum_{-w,\,w} V_n = f(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta)$ ist:

$$(5)\quad (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,f(\alpha, \beta, \gamma, \delta) + \frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,f(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta) = 0;$$

und auf gleiche Weise

$$(6)\quad (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,\varphi(\alpha, \beta, \gamma, \delta) + \frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,\varphi(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta) + \frac{(\gamma-1)(\delta-1)}{\alpha-1} = 0,$$

wenn man $\varphi(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ statt der Reihe

$$1 + \frac{\alpha\,.\,\beta}{\gamma\,.\,\delta} + \frac{\alpha(\alpha+1)\,\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\,\delta(\delta+1)} + \text{etc.}$$

setzt, und bemerkt, dafs

$$\beta W_{-1} = \frac{(\gamma - 1)(\delta - 1)}{\alpha - 1} \quad \text{ist.}$$

Convergirt also $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, das heifst, ist $\alpha + \beta - \gamma - \delta + 1$ negativ, so hat man aus (5)

$$(7) \quad f(\alpha - 1, \beta, \gamma, \delta) = \frac{(\alpha + \beta - \gamma - \delta + 1)(\alpha - 1)}{(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)} f(\alpha, \beta, \gamma, \delta),$$

welche Gleichung für den Fall, als $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ nach beiden Richtungen abbricht, auch wenn $\alpha + \beta - \gamma - \delta + 1$ nicht negativ seyn sollte, Statt findet.

Dafs das eben Gesagte auch auf (6) ausgedehnt werden kann, ist für sich klar.

Setzt man sowohl in (6) als (7) $\delta = 1$, und $-\alpha + 1$ statt α, indem α eine ganze positive Zahl bedeutet, so erhält man, da der früher erwähnte Fall eintritt:

$$(8) \quad f(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\alpha + \gamma - \beta - 1}{\gamma + \alpha - 1} f(-(\alpha - 1), \beta, \gamma, 1),$$

und eben so

$$\varphi(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\alpha + \gamma - \beta - 1}{\gamma + \alpha - 1} \varphi(-(\alpha - 1), \beta, \gamma, 1),$$

also dieselbe Abhängigkeit wie in der früheren Gleichung, welches nicht befremden kann, indem, wie man leicht sieht:

$$f(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \varphi(-\alpha, \beta, \gamma, 1)$$
$$= 1 - \frac{\alpha . \beta}{1 . \gamma} + \frac{\alpha(\alpha - 1)\beta(\beta + 1)}{1 . 2 . \gamma(\gamma + 1)} - \text{etc.},$$

welche Reihe rechter Hand des Gleichheitszeichens, da α eine ganze positive Zahl bedeutet, nothwendig abbrechen mufs, und $(-1)^{\alpha} . \frac{\beta(\beta + 1) \ldots . (\beta + \alpha - 1)}{\gamma(\gamma + 1) \ldots . (\gamma + \alpha - 1)}$ zum letzten Gliede hat.

Aus (8) folgt, wenn man $f(-\alpha)$ kurz statt $f(-\alpha, \beta, \gamma, 1)$ schreibt:

$$f(-(\alpha-1)) = \frac{\alpha+\gamma-\beta-2}{\gamma+\alpha-2} f(-(\alpha-2))$$

$$f(-(\alpha-2)) = \frac{\alpha+\gamma-\beta-3}{\gamma+\alpha-3} f(-(\alpha-3))$$

. . . .

$$f(-1) = \frac{\gamma-\beta}{\gamma} f(0).$$

Es ist demnach

$$f(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{(\gamma-\beta)(\gamma-\beta+1)\ldots\ldots(\gamma-\beta+\alpha-1)}{\gamma(\gamma+1)\ldots\ldots\ldots\ldots(\gamma+\alpha-1)},$$

indem $f(0) = 1$; und man hat für jeden positiven ganzen Werth von α folgende Gleichung:

$$(9)\quad 1 - \frac{\alpha.\beta}{1.\gamma} + \frac{\alpha(\alpha-1)\beta(\beta+1)}{1.2.\gamma(\gamma+1)} - \text{etc.} = \frac{(\gamma-\beta)\ldots(\gamma-\beta+\alpha-1)}{\gamma\ldots(\gamma+\alpha-1)}.$$

Setzt man in (6) oder (7) $\delta = 1$, so erhält man, unter der Voraussetzung, daſs $\alpha+\beta-\gamma$ negativ sey:

$$(10)\quad f(\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\alpha-\gamma}{\alpha+\beta-\gamma} \cdot f(\alpha-1, \beta, \gamma, 1).$$

Denkt man sich nun α ganz und positiv, so erhält man, die frühere kürzere Bezeichnung gebrauchend:

$$f(\alpha-1) = \frac{\alpha-\gamma-1}{\alpha+\beta-\gamma-1} f(\alpha-2),$$

$$f(\alpha-2) = \frac{\alpha-\gamma-2}{\alpha+\beta-\gamma-2} f(\alpha-3),$$

. . . .

$$f(1) = \frac{1-\gamma}{1+\beta-\gamma} f(0), \quad f(0) = 1,$$

also $f(\alpha, \beta, \gamma, 1) = \dfrac{(1-\gamma)\;(2-\gamma)\ldots(\alpha-\gamma)}{(1+\beta-\gamma)(2+\beta-\gamma)\ldots(\alpha+\beta-\gamma)}.$

Man hat daher unter der Voraussetzung, daſs α ganz und positiv, und $\alpha+\beta-\gamma$ negativ sey, folgende Gleichung:

$$(11)\quad 1 + \frac{\alpha.\beta}{1.\gamma} + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1.2.\gamma(\gamma+1)} + \text{etc.} = \frac{(1-\gamma)\ldots(\alpha-\gamma)}{(1+\beta-\gamma)\ldots(\alpha+\beta-\gamma)}.$$

Die Reihe linker Hand des Gleichheitszeichens geht ohne Ende fort, so lange β keinen ganzen negativen Werth erhält.

Setzt man in (11) $\alpha = 1$, so bekömmt man, unter der Beschränkung, daſs $\beta - \gamma + 1$ negativ sey:

$$(12) \quad 1 + \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)} + \frac{\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} + \text{etc.} = \frac{\gamma-1}{\gamma-\beta-1}.$$

Setzt man in (12) $\beta = \frac{m}{p}$ und $\gamma = \frac{n}{p}$, so wird, da wir uns p immer positiv denken können, unter der Voraussetzung, daſs $m - n + p$ negativ sey:

$$(13) \quad 1 + \frac{m}{n} + \frac{m(m+p)}{n(n+p)} + \frac{m(m+p)(m+2p)}{n(n+p)(n+2p)} + \text{etc.} = \frac{n-p}{n-p-m}.$$

Setzt man in (12) $\beta = 1$, so wird, wenn $\gamma > 2$:

$$(14) \quad 1 + \frac{1}{\gamma} + \frac{1 \cdot 2}{\gamma(\gamma+1)} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} + \text{etc.} = \frac{\gamma-1}{\gamma-2}.$$

Aus (14) ergeben sich, wenn man statt γ nach und nach 3, 4, 5, etc. setzt, stufenweise die Summen der reciproken figurirten Zahlen, von der dritten Ordnung angefangen.

Denken wir uns in $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, δ ganz und positiv, und statt α die Gröſse $-\alpha + 1$, in welcher α ganz und positiv ist, gesetzt, so wird $f(-(\alpha-1), \beta, \gamma, \delta)$ nothwendig aus einer begränzten Anzahl von Gliedern bestehen, und demnach ohne Weiteres die Gleichung (7) Statt finden. Bedient man sich nun wie früher der kürzeren Bezeichnung, so wird

$$f(-\alpha) = \frac{(\alpha+\gamma+\delta-\beta-2)\,\alpha}{(\alpha+\gamma-1)(\alpha+\delta-1)} f(-(\alpha-1))$$

$$f(-(\alpha-1)) = \frac{(\alpha+\gamma+\delta-\beta-3)(\alpha-1)}{(\alpha+\gamma-2)(\alpha+\delta-2)} f(-(\alpha-2))$$

. . . .

$$f(-1)=\frac{(\gamma+\delta-\beta-1)\cdot 1}{\gamma\cdot\delta}f(0),$$

und daher

$$f(-\alpha,\beta,\gamma,\delta)=$$
$$=\frac{(\gamma+\delta-\beta-1)\ldots(\gamma+\delta-\beta+\alpha-2)\cdot 1\cdot 2\ldots\alpha}{\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+\alpha-1)\,\delta(\delta+1)\ldots(\delta+\alpha-1)}f(0,\beta,\gamma,\delta);$$

$f(0,\beta,\gamma,\delta)$ ist aber, wie man sieht, die Reihe

$$1-\frac{(\gamma-1)(\delta-1)}{1\cdot\beta-1}+\frac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{1\cdot 2\cdot(\beta-1)(\beta-2)}-\text{etc.},$$

welche sich, da δ, der Voraussetzung gemäfs, ganz und positiv ist, nach (9) wird summiren lassen, indem man dort $\delta-1$ statt α, $-\gamma+1$ statt β, und $-\beta+1$ statt γ setzt.

Man erhält auf diese Weise

$$f(0,\beta,\gamma,\delta)=\frac{(\beta-\gamma)(\beta-\gamma-1)\ldots(\beta-\gamma-\delta+2)}{(\beta-1)\ (\beta-2)\ldots\ldots(\beta-\delta+1)}.$$

Es besteht demnach unter der Voraussetzung, dafs α und δ ganze positive Zahlen sind, folgende Gleichung:

$$(15)\quad 1+\left\{\begin{array}{l}-\dfrac{\alpha\cdot\beta}{\gamma\cdot\delta}+\dfrac{\alpha(\alpha-1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\delta(\delta+1)}-\ldots\\ \qquad\ldots+(-1)^{\alpha}\cdot\dfrac{\alpha\ldots 3\cdot 2\cdot 1\cdot\beta\ldots(\beta+\alpha-1)}{\gamma\ldots(\gamma+\alpha-1)\,\delta\ldots(\delta+\alpha-1)}\\ -\dfrac{(\gamma-1)(\delta-1)}{(\alpha+1)(\beta-1)}+\dfrac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{(\alpha+1)(\alpha+2)(\beta-1)(\beta-2)}-\ldots\\ \qquad\ldots+(-1)^{\delta-1}\cdot\dfrac{(\gamma-1)\ldots(\gamma-\delta+1)(\delta-1)\ldots 1}{(\alpha+1)\ldots(\alpha+\delta-1)(\beta-1)\ldots(\beta-\delta+1)}\end{array}\right.$$
$$=\frac{(\gamma+\delta-\beta-1)\ldots(\gamma+\delta-\beta+\alpha-2)\cdot 1\cdot 2\ldots\alpha(\beta-\gamma-\delta+2)\ldots(\beta-\gamma)}{\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+\alpha-1)\delta(\delta+1)\ldots(\delta+\alpha-1)(\beta-\delta+1)\ldots(\beta-1)}$$

welche Gleichung eine etwas gefälligere Form bekömmt, wenn man, was immer erlaubt ist, $-\beta$ statt β schreibt.

Man hat auf diese Weise:

$$(16)\quad 1+\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\alpha\cdot\beta}{\gamma\cdot\delta}+\dfrac{\alpha(\alpha-1)\beta(\beta-1)}{\gamma(\gamma+1)\delta(\delta+1)}+\ldots\ldots \\ \ldots\ldots+\dfrac{\alpha(\alpha-1)\ldots 3\,.\,2\,.\,1\,.\,\beta(\beta-1)\ldots\beta-(\alpha-1)}{\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+\alpha-1)\,\delta(\delta+1)\ldots(\delta+\alpha-1)} \\ \dfrac{(\gamma-1)(\delta-1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}+\dfrac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{(\alpha+1)(\alpha+2)(\beta+1)(\beta+2)}+\ldots\ldots \\ \ldots\ldots+\dfrac{(\gamma-1)\ldots(\gamma-\delta+1)(\delta-1)\ldots\ldots 3\,.\,2\,.\,1}{(\alpha+1)\ldots(\alpha+\delta-2)(\beta+1)\ldots(\beta+\delta-1)}\end{array}\right.$$

$$=\frac{(\gamma+\delta+\beta-1)\ldots(\gamma+\delta+\beta+\alpha-2)\,.\,1\,.\,2\ldots\alpha.(\beta+\gamma)\ldots(\beta+\gamma+\delta-2)}{\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+\alpha-1).\delta(\delta+1)\ldots(\delta+\alpha-1)(\beta+1)(\beta+2)\ldots(\beta+\delta-1)}$$

$$=\frac{[(\gamma+\delta+\beta-1),(\gamma+\delta+\beta+\alpha-2)]\cdot[1,\alpha][(\beta+\gamma),(\beta+\gamma+\delta-2)]}{[\gamma,\gamma+\alpha-1]\,[\delta,\delta+\alpha-1]\,[\beta+1,\beta+\delta-1]}.$$

VI.

Gesetze des Gleichgewichtes, auf eine neue Art entwickelt,

vom

Professor *Nörrenberg*.

(Zweite Fortsetzung.)

Gleichgewicht eines freien, unveränderlichen Systems, auf welches nur parallele Kräfte wirken.

55. Wenn die Richtungen sämmtlicher Kräfte parallel sind, so ist jeder der Winkel α'', α''', ... entweder gleich α', oder gleich $\pi-\alpha'$, je nachdem die zugehörige Kraft mit P' nach einerlei, oder nach entgegengesetzter Richtung wirkt, und cos. α', cos. α'', .. können also nur in ihren Zeichen verschieden seyn. Da sich dasselbe von den Winkeln β', β'', .. und γ', γ'', .. sagen läſst, so ist klar, daſs man nur den Kräften, welche nach entgegengesetzten Richtungen wirken, entge-

gengesetzte Zeichen zu geben braucht, um

$$\cos.\alpha' = \cos.\alpha'' = \ldots$$
$$\cos.\beta' = \cos.\beta'' = \ldots$$
$$\cos.\gamma' = \cos.\gamma'' = \ldots$$

zu haben.

Dieſs vorausgesetzt, so verwandeln sich die sechs Gleichungen Nro. 24 in folgende:

$$(P' + P'' + \ldots)\cos.\alpha' = 0,$$
$$(P' + P'' + \ldots)\cos.\beta' = 0,$$
$$(P' + P'' + \ldots)\cos.\gamma' = 0,$$
$$(P'z' + P''z'' + \ldots)\cos.\beta' - (P'y' + P''y'' + \ldots)\cos.\gamma' = 0,$$
$$(P'x' + P''x'' + \ldots)\cos.\gamma' - (P'z' + P''z'' + \ldots)\cos.\alpha' = 0,$$
$$(P'y' + P''y'' + \ldots)\cos.\alpha' - (P'x' + P''x'' + \ldots)\cos.\beta' = 0.$$

Da $\cos.\alpha'$, $\cos.\beta'$, $\cos.\gamma'$ nicht zugleich Null seyn können, so kann den drei ersten von diesen sechs Gleichungen nur dadurch gleichzeitig Genüge geschehen, daſs

$$P' + P'' + \ldots = 0$$

ist. Die drei letzten sind befriedigt, sobald zwei von ihnen befriedigt sind, weil jede eine Folge der beiden andern ist, und man hat also für das Gleichgewicht paralleler Kräfte nur folgende drei Gleichungen:

$$P' + P'' + \ldots = 0, \qquad \text{(N)}$$
$$(P'x' + P''x'' + \ldots)\cos.\gamma' - (P'z' + P''z'' + \ldots)\cos.\alpha' = 0,$$
$$(P'y' + P''y'' + \ldots)\cos.\gamma' - (P'z' + P''z'' + \ldots)\cos.\beta' = 0.$$

56. Da diese drei Gleichungen für jeden Werth von α', β', γ' befriedigt werden, sobald den vier folgenden Genüge geschieht,

$$P' + P'' + \ldots = 0, \qquad \text{(O)}$$
$$P'x' + P''x'' + \ldots = 0,$$
$$P'y' + P''y'' + \ldots = 0,$$
$$P'z' + P''z'' + \ldots = 0;$$

so sieht man, daſs in diesem Falle das Gleichgewicht

fortbesteht, wenn auch die gemeinschaftliche Richtung der Kräfte beliebig geändert wird.

57. In der Theorie der parallelen Kräfte ist eine besondere Art von Momenten im Gebrauche, welche dazu dient, die Sätze abzukürzen, und welche mit den statischen Momenten in Beziehung auf eine Achse nicht verwechselt werden darf. Man nennt nämlich das Product aus einer Kraft und der Entfernung ihres Angriffspunctes von einer Ebene, einer Linie, oder einem Puncte, das Moment der Kraft für diese Ebene, diese Linie, oder diesen Punct.

58. Die vier Gleichungen (O) enthalten demnach folgenden Satz:

Wenn ein System, auf welches nur parallele Kräfte wirken, für jede Richtung derselben im Gleichgewichte seyn soll, so mufs die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für drei zu einander senkrechte Ebenen Null seyn.

59. Die Gleichung einer Ebene ist

$$z = Ax + By + C,$$

und die Entfernung des Punctes x', y', z' von derselben (*Littrow*, S. 45)

$$\frac{-z' + Ax' + By' + C}{\sqrt{(1 + A^2 + B^2)}}.$$

Setzt man $\sqrt{(1 + A^2 + B^2)} = R$, so ist die Summe der Momente für diese Ebene

$$\frac{P'}{R}(-z' + Ax' + By' + C)$$
$$+ \frac{P''}{R}(-z'' + Ax'' + By'' + C)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

oder anders geordnet:

$$\frac{C}{R}(P' + P'' + . .)$$
$$+ \frac{A}{R}(P'x' + P''x'' + . .)$$
$$+ \frac{B}{R}(P'y' + P''y'' + . .)$$
$$- \frac{1}{R}(P'z' + P''z'' + . .);$$

woraus man sieht, dafs wenn die vier Gleichungen (O) befriedigt sind, die Summe der Momente für jede Ebene Null ist.

60. Wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für jede der drei Ebenen

$$z = Ax + By + C,$$
$$z = A'x + B'y + C',$$
$$z = A''x + B''y + C''$$

Null ist, so hat man

$$A\,(P'x' + . .) + B\,(P'y' + . .) - (P'z' + . .) = 0,$$
$$A'\,(P'x' + . .) + B'\,(P'y' + . .) - (P'z' + . .) = 0,$$
$$A''(P'x' + . .) + B''(P'y' + . .) - (P'z' + . .) = 0;$$

und hieraus durch Elimination:

$$[(A-A')(B'-B'') - (A'-A'')(B-B')](P'x' + . .) = 0,$$
$$[(A-A')(B'-B'') - (A'-A'')(B-B')](P'y' + . .) = 0.$$

61. Aus den Gleichungen der drei Ebenen erhält man für den Durchschnitt der zweiten und dritten (*Littrow*, S. 43)

$$x = \frac{B'' - B'}{A'B'' - A''B'} \cdot z + \frac{B'C'' - B''C'}{A'B'' - A''B'},$$
$$y = \frac{A' - A''}{A'B'' - A''B'} \cdot z + \frac{A''C' - A'C''}{A'B'' - A''B'},$$

und folglich als Bedingung, dafs dieser Durchschnitt mit der ersten Ebene parallel ist (*Littrow*, S. 44),

$$A \cdot \frac{B'' - B'}{A'B'' - A''B'} + B \cdot \frac{A' - A''}{A'B'' - A''B'} - 1 = 0;$$

oder auf folgende Art geordnet:

$$A(B'-B'')-B(A'-A'')+A'B''-A''B'=0.$$

Diese Gleichung, welche einerlei mit der folgenden ist,

$$(A-A')(B'-B'')-(A'-A'')(B-B')=0,$$

ist aber auch befriedigt, wenn die drei Ebenen parallel sind, weil man alsdann (*Littrow*, S. 43)

$$A=A',\quad B=B';\quad A'=A'',\quad B'=B''$$

hat.

62. Da also die Coefficienten von $(P'x'+..)$ und $(P'y'+..)$ in den beiden letzten Gleichungen Nro. 60 nur dann Null werden, wenn sich die drei Ebenen entweder gar nicht, oder nur in parallelen Linien schneiden, so hat man für den Fall, daſs sie sich in einem Puncte schneiden,

$$P'x'+..=0,\quad P'y'+..=0,$$

und folglich vermöge der vorhergehenden Gleichungen auch

$$P'z'+..=0.$$

Wenn also die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für jede von drei, sich in einem Puncte schneidende Ebenen Null ist, so findet für jede Richtung der parallelen Kräfte Gleichgewicht Statt.

63. Liegen die Angriffspuncte in einer Ebene, so ist schon dadurch die Summe der Momente für diese Ebene Null, und das System ist folglich für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für zwei Ebenen Null ist, die sich mit der Ebene, worin die Angriffspuncte liegen, in einem Puncte schneiden.

64. Nimmt man die beiden Ebenen A und B, worauf sich die Momente beziehen, senkrecht zu der Ebene C, in welcher die Angriffspuncte liegen, so sind die Ent-

fernungen der Angriffspuncte von den Geraden, in welchen *C* von *A* und *B* geschnitten wird, auch ihre Entfernungen von den Ebenen *A* und *B*. Das System ist also auch für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für zwei Gerade Null ist, die mit den Angriffspuncten in einer Ebene liegen und sich schneiden.

65. Liegen die Angriffspuncte in einer Geraden, so ist schon dadurch die Summe der Momente für jede zwei Ebenen Null, deren Durchschnitt die Gerade ist, und das System ist folglich für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für eine Ebene Null ist, welche die Gerade schneidet.

66. Projicirt man die Gerade, in welcher die Angriffspuncte liegen, auf eine Ebene, von welcher die Gerade geschnitten wird, so sind die Entfernungen der Angriffspuncte von der Projection auch die Entfernungen von der Ebene, und das System ist folglich für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für eine Gerade Null ist, welche die Gerade, worin die Angriffspuncte liegen, in irgend einem Puncte schneidet.

67. Ist die Gerade senkrecht zu derjenigen, in welcher die Angriffspuncte liegen, so sind die Entfernungen der Angriffspuncte von der einen Geraden einerlei mit ihren Entfernungen von dem Durchschnittspuncte der beiden Geraden, und das System ist also auch für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für einen Punct Null ist, welcher mit den Angriffspuncten in einer Geraden liegt.

68. Wenn die Richtung der parallelen Kräfte gegen die Lage des Systems unveränderlich seyn soll, und man

nimmt die Achse der z mit dieser Richtung parallel, so hat man $\cos.\alpha' = 0$, $\cos.\beta' = 0$, $\cos.\gamma' = 1$, wodurch sich die drei Gleichungen (N) in Nro. 55 auf folgende reduciren:

$$P' + P'' + .. = 0, \qquad (P)$$
$$P'x' + P''x'' + .. = 0,$$
$$P'y' + P''y'' + .. = 0.$$

69. Die Gleichung einer mit der Achse der z parallelen Ebene ist

$$y = Ax + B,$$

und die Entfernung eines Punctes (x', y', z') von derselben,

$$\frac{-y' + Ax' + B}{\sqrt{(1 + A^2)}}.$$

Setzt man $\sqrt{(1 + A^2)} = R$, so ist die Summe der Momente für diese Ebene

$$\frac{P'}{R}(-y' + Ax' + B)$$
$$+ \frac{P''}{R}(-y'' + Ax'' + B)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

oder anders geordnet:

$$\frac{B}{R}(P' + P'' + ..)$$
$$+ \frac{A}{R}(P'x' + P''x'' + ..)$$
$$- \frac{1}{R}(P'y' + P''y'' + ..);$$

woraus man sieht, daſs wenn die drei Gleichungen (P) befriedigt sind, die Summe der Momente für jede mit der Richtung der Kräfte parallele Ebene Null ist.

70. Wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für zwei Ebenen

$$y = Ax + B,$$
$$y = A'x + B'$$

Null ist, so hat man nach Nro. 69

$$A\,(P'x' + P''x'' + ..) - (P'y' + P''y'' + ..) = 0,$$
$$A'(P'x' + P''x'' + ..) - (P'y' + P''y'' + ..) = 0;$$

und hieraus

$$(A - A')\,(P'x' + P''x'' + ..) = 0.$$

Da nun $A - A'$ nicht anders Null seyn kann, als wenn die beiden Ebenen parallel sind, so hat man für den Fall, daſs sie sich schneiden,

$$P'x' + P''x'' + .. = 0,$$

und folglich vermöge der vorhergehenden Gleichungen auch

$$P'y' + P''y'' + .. = 0.$$

Parallele Kräfte sind also im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für zwei sich schneidende, mit der Richtung der Kräfte parallele Ebenen Null ist.

71. Liegen die Richtungen der parallelen Kräfte in einer Ebene, so ist schon dadurch die Summe der Momente für diese Ebene Null, und das System ist also im Gleichgewichte, wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für eine Ebene Null ist, welche die erste Ebene in einer mit der Richtung der Kräfte parallelen Linie schneidet.

72. Nimmt man diese zweite Ebene senkrecht zu der ersten, so sind die Entfernungen der Angriffspuncte von der Durchschnittslinie auch ihre Entfernungen von der zweiten Ebene, und das System ist also auch im Gleichgewichte, wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für eine Gerade Null ist, die mit den Richtungen der Kräfte in einer Ebene liegt, und mit denselben parallel läuft.

Von dem Mittelpuncte paralleler Kräfte und dem Schwerpuncte.

73. Nach Nro. 55 hat man für ein System, auf welches nur parallele Kräfte P', P'', . . wirken, deren gemeinschaftliche Richtung mit den Coordinaten die Winkel α', β', γ' macht,

$$X = (P' + P'' + \ldots) \cos.\alpha',$$
$$Y = (P' + P'' + \ldots) \cos.\beta',$$
$$Z = (P' + P'' + \ldots) \cos.\gamma',$$
$$L = (P'z' + P''z'' + \ldots) \cos.\beta' - (P'y' + P''y'' + \ldots) \cos.\gamma',$$
$$M = (P'x' + P''x'' + \ldots) \cos.\gamma' - (P'z' + P''z'' + \ldots) \cos.\alpha',$$
$$N = (P'y' + P''y'' + \ldots) \cos.\alpha' - (P'x' + P''x'' + \ldots) \cos.\beta'.$$

Da diese Ausdrücke die in Nro. 43 gefundene Bedingungsgleichung (G)

$$LX + MY + NZ = 0$$

befriedigen, so sieht man, daſs sich jedes System paralleler Kräfte, deren Summe nicht Null ist, durch eine einzige Kraft P ins Gleichgewicht setzen läſst.

74. Für die Gröſse und Richtung dieser Kraft erhält man aus den Gleichungen (D) und (E) in Nro. 41

$$P = \sqrt{[(P' + P'' + \ldots)^2 (\cos.^2\alpha' + \cos.^2\beta' + \cos.^2\gamma')]}$$
$$= P' + P'' + \ldots$$

$$\cos.\alpha = -\cos.\alpha'; \quad \cos.\beta = -\cos.\beta'; \quad \cos.\gamma = -\cos.\gamma';$$

woraus folgt, daſs die Richtung einer Kraft, welche ein System paralleler Kräfte ins Gleichgewicht setzen soll, mit der gemeinschaftlichen Richtung dieser Kräfte parallel seyn muſs.

75. Wenn daher ein freies unveränderliches System, an welchem in den Puncten x', y', z'; x'', y'', z''; . . die parallelen Kräfte P', P'', . . angebracht sind, durch eine Kraft P ins Gleichgewicht gesetzt werden soll, so hat man, nach Nro. 56, für die Bestimmung dieser Kraft

und ihres Angriffspunctes x, y, z folgende Gleichungen:

$$P + P' + P'' + \ldots = 0,$$
$$Px + P'x' + P''x'' + \ldots = 0,$$
$$Py + P'y' + P''y'' + \ldots = 0,$$
$$Pz + P'z' + P''z'' + \ldots = 0;$$

und hieraus, die Richtung der parallelen Kräfte sey welche sie wolle,

$$P = -(P' + P'' + \ldots), \qquad (Q)$$

$$x = \frac{P'x' + P''x'' + \ldots}{P' + P'' + \ldots},$$
$$y = \frac{P'y' + P''y'' + \ldots}{P' + P'' + \ldots}, \qquad (R)$$
$$z = \frac{P'z' + P''z'' + \ldots}{P' + P'' + \ldots}.$$

76. Da zwei Kräfte nur dann im Gleichgewichte seyn können, wenn sie einander gleich und gerade entgegengesetzt sind, so folgt aus der in Nro. 29 gegebenen Erklärung der Resultante, daſs für ein im Gleichgewichte befindliches System jede Kraft der Resultante aller übrigen Kräfte gleich und gerade entgegengesetzt ist. Es folgt daher aus Nro. 74 und der Gleichung (Q), daſs die Resultante paralleler Kräfte mit ihnen parallel und ihrer Summe gleich ist; und aus den drei Gleichungen (R), daſs die Richtung dieser Resultante durch einen Punct geht, dessen Coordinaten gefunden werden, wenn man die Summe der Momente für jede der drei coordinirten Ebenen durch die Summe der Kräfte dividirt.

Dieser Punct, welcher unabhängig von der gemeinschaftlichen Richtung der parallelen Kräfte ist, wird Mittelpunct der parallelen Kräfte genannt, und aus den Gleichungen, durch welche die Coordinaten desselben bestimmt werden, geht hervor, daſs es für jedes System paralleler Kräfte nur einen einzigen Mittelpunct gibt.

77. Nennt man das Product aus der Summe paralleler Kräfte und der Entfernung ihres Mittelpunctes von einer Ebene, das Moment der Summe für diese Ebene, so enthalten die drei Gleichungen (R) auch den Satz, daſs für jede der drei coordinirten Ebenen die Summe der Momente paralleler Kräfte dem Momente ihrer Summe gleich ist.

Da aber für irgend eine Ebene

$$z = Ax + By + C,$$

nach Nro. 59 die Summe der Momente

$$\begin{aligned} &\frac{C}{R}(P' + P'' + \ldots) \\ &+ \frac{A}{R}(P'x' + P''x'' + \ldots) \\ &+ \frac{B}{R}(P'y' + P''y'' + \ldots) \\ &- \frac{1}{R}(P'z' + P''z'' + \ldots), \end{aligned}$$

und das Moment der in dem Mittelpuncte x, y, z angebrachten Summe

$$\frac{-z + Ax + By + C}{R}(P' + P'' + \ldots)$$

ist, und beide Ausdrücke durch die in Nro. 73 gefundenen Werthe für x, y, z identisch werden, so sieht man, daſs der eben ausgesprochene Satz nicht bloſs für die coordinirten Ebenen, sondern für jede Ebene gilt; woraus denn auch folgt, daſs die Summe der Momente paralleler Kräfte für jede, durch ihren Mittelpunct gehende Ebene Null ist.

78. Aus Nro. 76 folgt, daſs es für jeden Körper, bei welchem man die Wirkungen der Schwere auf alle einzelne Puncte desselben als parallel annehmen kann, einen Mittelpunct dieser parallelen Wirkungen, und eine ihrer Summe gleiche Resultante derselben geben muſs.

Dieser Mittelpunct wird Schwerpunct, und diese Resultante Gewicht des Körpers genannt.

79. Der Schwerpunct eines jeden Körpers, den man als ein unveränderliches System betrachten kann, hat also die Eigenschaft, daſs wenn derselbe mit dem Körper fest verbunden ist, und in verticaler Richtung, durch eine dem Gewichte des Körpers gleiche Kraft unterstützt wird, der Körper in jeder Lage, wenn keine andere Kraft als die Schwere auf ihn wirkt, im Gleichgewichte seyn muſs.

80. Wenn mehrere Körper zu einem Systeme verbunden werden, so wird für jede Lage dieses Systems die Schwere so auf dasselbe wirken, wie parallele, verticale Kräfte, deren Angriffspuncte die Schwerpuncte, und deren Intensitäten die Gewichte der einzelnen Körper sind. Der Mittelpunct dieser parallelen Kräfte ist der Schwerpunct des Systems.

Um also die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts auf solche Systeme anwenden zu können, bei welchen die Angriffspuncte durch materielle, den Wirkungen der Schwere unterworfene Körper verbunden sind, muſs man die Coordinaten der Schwerpuncte und die Gewichte dieser Körper zu finden wissen.

Bestimmung des Schwerpunctes homogener Körper.

Schwerpunct materieller Linien.

81. Wenn $y=fx$, $z=f'x$ die Gleichungen einer Linie sind, so ist die Länge s eines Stückes derselben, welches nach der einen Richtung von einer Ebene begränzt wird, die in dem Abstande x mit der Ebene der yz parallel läuft, eine Function von x. Die Coordinaten

X, Y, Z des Schwerpunctes dieses Stückes müssen daher auch Functionen von x seyn, und zwar so, daſs wenn man

$$s = Fx, \quad X = \varphi x, \quad Y = \chi x, \quad Z = \psi x$$

setzt,

$$\varphi(x+h), \quad \chi(x+h), \quad \psi(x+h)$$

die Coordinaten des Schwerpunctes des Stückes

$$F(x+h)$$

sind.

82. Bezeichnet man die Coordinaten des Schwerpunctes des Stückes

$$F(x+h) - Fx,$$

welche ebenfalls Functionen von x und h sind, mit u, v, w; so hat man nach Nro. 80 und 77, weil die Gewichte der einzelnen Stücke der Linie ihren Längen proportional sind, folgende Gleichungen:

$$F(x+h)\,\varphi(x+h) = Fx \,.\, \varphi x + [F(x+h) - Fx]\,u;$$
$$F(x+h)\,\chi(x+h) = Fx \,.\, \chi x + [F(x+h) - Fx]\,v;$$
$$F(x+h)\,\psi(x+h) = Fx \,.\, \psi x + [F(x+h) - Fx]\,w;$$

aus welchen man, wenn sie auf beiden Seiten entwickelt und nach h geordnet werden, durch Gleichsetzung der zu gleichen Potenzen von h gehörenden Coefficienten, die für X, Y, Z nöthigen Bestimmungsgleichungen erhalten muſs.

Es ist aber leicht zu übersehen, daſs bei der Entwickelung die von h unabhängigen Glieder auf beiden Seiten identisch werden, und also zu keinen Bestimmungsgleichungen führen können. Wählt man deſshalb Coefficienten der ersten Potenz von h, so braucht man, weil

$$F(x+h) - Fx = \frac{ds}{dx}\,h + \ldots$$

ist, nur diejenigen Glieder der nach steigenden Potenzen von h geordneten Functionen u, v, w, zu kennen,

welche von h unabhängig sind. Hierzu führen nun folgende Betrachtungen.

83. Da nach Nro. 77 die Summe der Momente aller Puncte des Stückes $F(x+h) - Fx$ für jede durch den Schwerpunct desselben gehende Ebene Null ist, so müssen die Momente theils positiv, theils negativ seyn; es sey denn, dafs zufällig alle Puncte des Stückes mit dieser Ebene zusammen fielen, wodurch alle Momente einzeln Null würden. Nun haben aber die Gewichte dieser Puncte einerlei Zeichen, und ihre Momente können also nur dadurch verschiedene Zeichen bekommen, dafs ihre Abstände von der durch den Schwerpunct gehenden Ebene verschiedene Zeichen haben; woraus denn folgt, dafs jede durch den Schwerpunct des Stückes gehende Ebene dasselbe entweder schneidet, oder ganz in sich aufnimmt.

84. Das Stück $F(x+h) - Fx$ wird nach der Richtung der Achse der x durch zwei Ebenen A und B begrenzt, welche in den Abständen x und $x+h$ mit der Ebene der yz parallel laufen; Nach Nro. 83 mufs daher eine mit dieser parallele, durch den Schwerpunct des Stückes gehende Ebene, zwischen A und B fallen. Da aber B desto näher an A rückt, je kleiner h wird, und für $h = o$ mit A zusammen fällt; so ist klar, dafs u nur eine solche Function von x und h seyn kann, welche sich für $h = o$ auf x reduciren, und welche also nach steigenden Potenzen von h geordnet, zum ersten Gliede x haben mufs.

Nach den Richtungen der Achsen der y und z ist das Stück $F(x+h) - Fx$ durch Ebenen begrenzt, welche in den Abständen y, $f(x+h)$, und z, $f'(x+h)$ mit den Ebenen der xz und xy parallel laufen, und man findet, wenn man die in Beziehung auf u angestellten Betrachtungen für v und w wiederhohlt, dafs y das

erste Glied von v, und z das erste Glied von w seyn mufs. Die Coefficienten von h auf den rechten Seiten der drei Gleichungen in Nro. 82 sind also:

$$x\frac{ds}{dx},\quad y\frac{ds}{dx},\quad z\frac{ds}{xx}.$$

85. Durch Entwickelung der linken Seiten dieser Gleichungen erhält man

$$\left(s+\frac{ds}{dx}h+\ldots\right)\left(X+\frac{dX}{dx}h+\ldots\right),$$
$$\left(s+\frac{ds}{dx}h+\ldots\right)\left(Y+\frac{dY}{dx}h+\ldots\right),$$
$$\left(s+\frac{ds}{dx}h+\ldots\right)\left(Z+\frac{dZ}{dx}h+\ldots\right);$$

und hieraus

$$s\frac{dX}{dx}+X\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dY}{dx}+Y\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dZ}{dx}+Z\frac{ds}{dx},$$

als Coefficienten von h. Die gesuchten Bestimmungsgleichungen für X, Y, Z sind also:

$$s\frac{dX}{dx}+X\frac{ds}{dx}=x\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dY}{dx}+Y\frac{ds}{dx}=y\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dZ}{dx}+Z\frac{ds}{dx}=z\frac{ds}{dx},$$

welche integrirt,

$$sX=\int dx\,.\,x\frac{ds}{dx},$$
$$sY=\int dx\,.\,y\frac{ds}{dx},$$
$$sZ=\int dx\,.\,z\frac{ds}{xd}$$

geben.

86. Man hat also für die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes einer durch ihre Gleichungen

$$y = fx, \quad z = f'x$$

gegebenen Linie folgende Ausdrücke:

$$X = \frac{\int dx \,.\, x \frac{ds}{dx}}{s}, \quad Y = \frac{\int dx \,.\, y \frac{ds}{dx}}{s}, \quad Z = \frac{\int dx \,.\, z \frac{ds}{dx}}{s},$$

in welchen

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]}$$

und

$$s = \int dx \,.\, \frac{ds}{dx}$$

ist. (*Francoeur*, Cours complet de mathématiques pures. Paris, 1819. Nro. 751.)

87. Beispiel. Die Gleichungen einer Geraden seyen

$$y = ax + \alpha$$
$$z = bx + \beta$$

so hat man

$$\frac{dy}{dx} = a, \quad \frac{dz}{dx} = b,$$

und folglich

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{(1 + a^2 + b^2)}.$$

Setzt man $\sqrt{(1 + a^2 + b^2)} = A$, und nimmt die Integrale von $x = x_1$, bis $x = x_2$, so erhält man

$$s = \int dx \,.\, A = A\,(x_2 - x_1),$$

$$X = \frac{\int dx \,.\, Ax}{\int dx \,.\, A} = \frac{A \frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2)}{A\,(x_2 - x_1)},$$

$$Y = \frac{\int dx \,.\, A\,(ax + \alpha)}{\int dx \,.\, A} = \frac{A\,[\frac{1}{2}\,a\,(x_2^2 - x_1^2) + \alpha\,(x_2 - x_1)]}{A\,(x_2 - x_1)},$$

$$Z = \frac{\int dx \,.\, A\,(bx + \beta)}{\int dx \,.\, A} = \frac{A\,[\frac{1}{2}\,b\,(x_2^2 - x_1^2) + \beta\,(x_2 - x_1)]}{A\,(x_2 - x_1)},$$

und hieraus,

$$X = \tfrac{1}{2}(x_1 + x_2),$$
$$Y = \tfrac{1}{2}a(x_1 + x_2) + \alpha,$$
$$Z = \tfrac{1}{2}b(x_1 + x_2) + \beta.$$

Da diese Werthe von X, Y, Z in die Gleichungen der Geraden gesetzt, dieselben identisch machen, so sieht man, daſs der Schwerpunct in der Geraden selbst liegt.

Vergleicht man die Coordinaten der Endpuncte

$$x_1,\ y_1 = a x_1 + \alpha,\quad z_1 = b x_1 + \beta,$$
$$x_2,\ y_2 = a x_2 + \alpha,\quad z_2 = b x_2 + \beta,$$

mit den Werthen von X, Y, Z, so sieht man, daſs sich diese auch auf folgende Art ausdrücken lassen:

$$X = \tfrac{1}{2}(x_1 + x_2),\quad Y = \tfrac{1}{2}(y_1 + y_2),\quad Z = \tfrac{1}{2}(z_1 + z_2),$$

und daſs die Entfernungen der Endpuncte von dem Schwerpuncte,

$$\sqrt{[(X - x_1)^2 + (Y - y_1)^2 + (Z - z_1)^2]},$$
$$\sqrt{[(X - x_2)^2 + (Y - y_2)^2 + (Z - z_2)^2]},$$

einander gleich sind. Der Mittelpunct einer Geraden ist also auch ihr Schwerpunct.

Schwerpunct materieller Flächen.

88. Wenn $z = f(x, y)$ die Gleichung einer Fläche ist, so ist die Gröſse S eines Stückes derselben, welches nach zwei Richtungen durch Ebenen begrenzt wird, die in den Abständen x und y mit den Ebenen der yz und xz parallel laufen, eine Function von x und y, und die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes dieses Flächenstückes müssen daher auch Functionen von x und y seyn. Setzt man

$$S = F(x, y),\quad X = \varphi(x, y),\quad Y = \chi(x, y),\quad Z = \psi(x, y),$$

so sind

$$\varphi(x + h, y + i),\quad \chi(x + h, y + i),\quad \psi(x + h, y + i)$$

die Coordinaten des Schwerpunctes des Stückes

$$F(x+h, y+i).$$

89. Zerlegt man dieses Stück in folgende vier Theile:

$$F(x, y) = S,$$
$$F(x+h, y) - S = U,$$
$$F(x, y+i) - S = V,$$
$$F(x+h, y+i) - (S+U+V) = W,$$

und bezeichnet die drei Coordinaten des Schwerpunctes von U mit u, u^1, u^2; die des Schwerpunctes von V mit v, v^1, v^2; von W mit w, w^1, w^2; so hat man auf ähnliche Art wie in Nro. 82,

$$F(x+h, y+i)\,\varphi(x+h, y+i) =$$
$$= SX + Uu + Vv + Ww;$$
$$F(x+h, y+i)\,\chi(x+h, y+i) =$$
$$= SY + Uu' + Vv' + Ww';$$
$$F(x+h, y+i)\,\psi(x+h, y+i =$$
$$= SZ + Uu'' + Vv'' + Ww'';$$

90. Wenn diese Gleichungen auf beiden Seiten nach h und i geordnet werden, so muſs die Gleichsetzung der zu gleichen Potenzen oder Producten von h und i gehörenden Coefficienten zu den für die Bestimmung von X, Y, Z nöthigen Gleichungen führen, und es kommt also darauf an, aus jeder der drei Gleichungen zwei solche zusammengehörende Coefficienten heraus zu finden.

Da U unabhängig von i, und V unabhängig von h ist, so müssen auch u, u', u'' von i, und v, v', v'' von h unabhängig seyn. Wenn man deſshalb die Coefficienten des Productes hi wählt, so wird man diese auf den rechten Seiten der Gleichungen nur in den Gliedern Ww, Ww', Ww'' zu suchen haben, und die Ent-

wickelung der übrigen Glieder auf diesen Seiten wird unnöthig.

91. Die vier ersten Gleichungen in Nro. 89 geben

$$W = \frac{d^2 S}{dx\,dy}\,hi + \ldots$$

und man braucht also von den nach h und i geordneten Entwickelungen der Gröſsen w, w', w'' nur diejenigen Glieder zu kennen, welche weder h noch i enthalten. Aus ähnlichen Betrachtungen wie in Nro. 83 geht aber hervor, daſs sich w auf x, w' auf y, und w'' auf z reduciren muſs, wenn h und i zugleich Null werden, und daſs also x, y, z die ersten Glieder von w, w', w'', sind. Die Coefficienten von hi auf den rechten Seiten der drei Gleichungen sind demnach

$$x\,\frac{d^2 S}{dx\,dy},\quad y\,\frac{d^2 S}{dx\,dy},\quad z\,\frac{d^2 S}{dx\,dy}.$$

92. Die Entwickelung der linken Seite der ersten von diesen drei Gleichungen gibt

$$\left(S + \frac{dS}{dx}\,h + \frac{dS}{dy}\,i + \frac{d^2 S}{dx\,dy}\,hi + \ldots\right),$$
$$\times\left(X + \frac{dX}{dx}\,h + \frac{dX}{dy}\,i + \frac{d^2 X}{dx\,dy}\,hi + \ldots\right),$$

woraus als Coefficient von hi

$$S\,\frac{d^2 X}{dx\,dy} + \frac{dS}{dy}\cdot\frac{dX}{dx} + X\,\frac{d^2 S}{dx\,dy} + \frac{dX}{dy}\cdot\frac{dS}{dx}$$

folgt. Setzt man diesen dem Coefficienten von hi auf der rechten Seite gleich, und integrirt in Beziehung auf y, so erhält man

$$S\,\frac{dX}{dx} + X\,\frac{dS}{dx} = \int dy\,.\,x\,\frac{d^2 S}{dx\,dy}$$

und hieraus, durch Integration in Beziehung auf x,

$$SX = \int dx \int dy\,.\,x\,\frac{d^2 S}{dx\,dy}.$$

Behandelt man auf gleiche Weise die zweite und dritte der drei Gleichungen in Nro. 89, so erhält man

$$SY = \int dx \int dy \cdot y \frac{d^2 S}{dx\, dy},$$

$$SZ = \int dx \int dy \,.\, z \frac{d^2 S}{dx\, dy}.$$

93. Man hat also für die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes einer durch ihre Gleichung

$$z = f(x, y)$$

gegebenen Fläche, folgende Ausdrücke:

$$X = \frac{\int dx \int dy \,.\, x \frac{d^2 S}{dx\, dy}}{S},$$

$$Y = \frac{\int dx \int dy \cdot y \frac{d^2 S}{dx\, dy}}{S},$$

$$Z = \frac{\int dx \int dy \,.\, z \frac{d^2 S}{dx\, dy}}{S},$$

in welchen

$$\frac{S^2 d}{dx\, dy} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right]}$$

und

$$S = \int dx \int dy \,.\, \frac{d^2 S}{dx\, dy}$$

ist. (*Francoeur* Nro. 754.)

94. Da die linken Seiten der in Nro. 92 gefundenen Gleichungen die Momente des Flächenstückes für die drei coordinirten Ebenen sind, so müssen es auch die Integrale auf den rechten Seiten dieser Gleichungen seyn. Wenn sich daher das Moment eines Flächenstückes, der Beschaffenheit seiner Grenzen wegen, nicht durch ein einziges Integral ausdrücken läfst, so darf man dasselbe in passende Theile zerlegen, und

für das Moment des ganzen Flächenstückes die Summe der Integrale nehmen, welche die Momente der einzelnen Theile ausdrücken.

95. B e i s p i e l e. Die Oberfläche eines von Ebenen begrenzten und durch die Coordinaten seiner Eckpuncte gegebenen Körpers läſst sich in Dreiecke zerlegen, deren Spitzen ebenfalls durch die den Körper bestimmenden Coordinaten gegeben sind. Da sich nun nach Nro. 80 und 77 der Schwerpunct der ganzen Oberfläche finden läſst, wenn man die Coordinaten der Schwerpuncte und die Inhalte der einzelnen Dreiecke kennt, so kann die Auflösung der Aufgabe, aus den die Spitzen eines Dreieckes bestimmenden Coordinaten, den Inhalt und den Schwerpunct des Dreieckes zu finden, nützlich seyn.

Nimmt man zuerst, um die Rechnung zu vereinfachen, die eine Spitze des Dreieckes zum Ursprunge der Coordinaten, und bezeichnet die Coordinaten der beiden andern Spitzen mit x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2, so ist die Gleichung der das Dreieck enthaltenden Ebene (*Littrow*, S. 52)

$$(y_2 z_1 - y_1 z_2)x + (z_2 x_1 - z_1 x_2)y + (x_2 y_1 - x_1 y_2) z = 0,$$

oder, wenn man

$$\frac{y_2 z_1 - y_1 z_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} = -A; \quad \frac{z_2 x_1 - z_1 x_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} = -B$$

setzt,

$$z = Ax + By.$$

Man hat also

$$\frac{dz}{dx} = A; \quad \frac{dz}{dy} = B,$$

und folglich

$$\frac{d^2 S}{dx\,dy} = \sqrt{(1 + A^2 + B^2)}.$$

96. Das Dreieck wird von drei Ebenen begrenzt, welche durch die Seiten desselben gehen, und senkrecht

zu der Ebene der xy sind. Die Gleichungen dieser Ebenen sind

$$y = \frac{y_1}{x_1}\,x; \quad y = \frac{y_2}{x_2}\,x; \quad y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1.$$

Nimmt man, der leichtern Vorstellung wegen, x_1 kleiner als x_2, und y_1 gröſser als y_2 an, so wird das Dreieck von einer zu der Achse der x senkrechten, durch den Punct x_1, y_1, z_1 gehenden Ebene in zwei Theile getheilt. Für den ersten Theil müssen die Integrale in Beziehung auf y, von

$$y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis} \quad y = \frac{y_1}{x_1}\,x,$$

und in Beziehung auf x, von $x = 0$ bis $x = x_1$ genommen werden; für den zweiten Theil aber, von

$$y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis} \quad y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1,$$

und von $x = x_1$ bis $x = x_2$.

97. Setzt man $\sqrt{(1 + A^2 + B^2)} = R$, und drückt die Gleichung

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

durch

$$y = ax + b$$

aus, so hat man für den ersten Theil des Dreieckes

$$\int dy\,\frac{d^2 S}{dx\,dy} = R\left(\frac{y_1}{x_1}\,x - \frac{y_2}{x_2}\,x\right);$$

$$\int dx \int dy\,\frac{d^2 S}{dx\,dy} = \tfrac{1}{2} R\left(\frac{y_1}{x_1} - \frac{y_2}{x_2}\right) x_1^2,$$

und für den zweiten Theil

$$\int dy\,\frac{d^2 S}{dx\,dy} = R\left(ax + b - \frac{y_2}{x_2}\,x\right);$$

$$\int dx \int dy\,\frac{d^2 S}{dx\,dy} = \tfrac{1}{2} R\left(a - \frac{y_2}{x_2}\right)(x_2^2 - x_1^2) + Rb(x_2 - x_1);$$

folglich für das ganze Dreieck

$$S = \tfrac{1}{2} R \left[\left(\frac{y_1}{x_1} - a \right) x_1^2 - \left(\frac{y_2}{x_2} - a \right) x_2^2 + 2b(x_2 - x_1) \right]$$
$$= \tfrac{1}{2} R [(y_1 - a x_1) x_1 - (y_2 - a x_2) x_2 + 2b(x_2 - x_1)].$$

98. Es ist aber, weil die Coordinaten x_1, y_1, x_2, y_2 der Gleichung $y = ax + b$ genügen müssen:

$$y_1 - a x_1 = y_2 - a x_2 = b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1},$$

und man hat also

$$S = \frac{R}{2} \cdot \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} [x_1 - x_2 + 2(x_2 - x_1)]$$
$$= \frac{R}{2} (x_2 y_1 - x_1 y_2);$$

oder auch, weil

$$R = \sqrt{(1 + A^2 + B^2)}$$
$$= \sqrt{\left[1 + \left(\frac{y_2 z_1 - y_1 z_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} \right)^2 + \left(\frac{z_2 x_1 - z_1 x_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} \right)^2 \right]}$$
$$= \frac{\sqrt{[(x_2 y_1 - x_1 y_2)^2 + (y_2 z_1 - y_1 z_2)^2 + (z_2 x_1 - z_1 x_2)^2]}}{x_2 y_1 - x_1 y_2}$$

ist:

$$S = \tfrac{1}{2} \sqrt{[(x_2 y_1 - x_1 y_2)^2 + (y_2 z_1 - y_1 z_2)^2 + (z_2 x_1 - z_1 x_2)^2]}.$$

99. Was nun das Moment des Dreieckes in Beziehung auf die Ebene der yz betrifft, so hat man für den ersten Theil

$$\int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = R x \left(\frac{y_1}{x_1} x - \frac{y_2}{x_2} x \right);$$
$$\int dx \int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = \frac{R}{3} \left(\frac{y_1}{x_1} - \frac{y_2}{x_2} \right) x_1^3,$$

und für den zweiten Theil

$$\int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = R x \left(a x + b - \frac{y_2}{x_2} x \right);$$
$$\int dx \int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = \frac{R}{3} \left(a - \frac{y_2}{x_2} \right) (x_2^3 - x_1^3) + \frac{R}{2} b (x_2^2 - x_1^2);$$

folglich für das Moment des ganzen Dreieckes

$$\frac{R}{3}\left[\left(\frac{y_1}{x_1}-a\right)x_1^3-\left(\frac{y_2}{x_2}-a\right)x_2^3\right]+\frac{R}{2}\,b\,(x_2^2-x_1^2)$$

$$=\frac{R}{2.3}\left[2\,(y_1-ax_1)\,x_1^2-2\,(y_2-ax_2)\,x_2^2+3\,b\,(x_2^2-x_1^2)\right]$$

$$=\frac{R}{2.3}\cdot\frac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2-x_1}\left[-2\,(x_2^2-x_1^2)+3\,(x_2^2-x_1^2)\right]$$

$$=\frac{R}{2.3}\,(x_2y_1-x_1y_2)\,(x_1+x_2).$$

Man hat also für das ganze Dreieck

$$\frac{\int dx\int dy\,.\,x\,\frac{d^2S}{dx\,dy}}{S}=\frac{\frac{R}{2.3}\,(x_2y_1-x_1y_2)\,(x_1+x_2)}{\frac{R}{2}\,(x_2y_1-x_1y_2)}$$

$$=\tfrac{1}{3}\,(x_1+x_2)=X.$$

Es würde überflüssig seyn, auf die nämliche Art Y und Z zu berechnen, da schon aus der gleichförmigen Beziehung der Lage des Dreieckes auf die coordinirten Ebenen, und der Symmetrie des für X gefundenen Ausdruckes

$$Y=\tfrac{1}{3}(y_1+y_2);\quad Z=\tfrac{1}{3}(z_1+z_2)$$

folgt.

100. Die Gleichungen der durch den Ursprung der Coordinaten und den Schwerpunct des Dreieckes gehenden Geraden sind

$$y=\frac{Y}{X}\,x;\quad z=\frac{Z}{X}\,x;$$

oder, wenn man statt X, Y, Z die gefundenen Ausdrücke setzt:

$$y=\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}\,x;\quad z=\frac{z_1+z_2}{x_1+x_2}\,x.$$

Da diese Gleichungen durch die in Nro. 87 gefundenen Coordinaten

$$\tfrac{1}{2}(x_1+x_2);\quad \tfrac{1}{2}(y_1+y_2);\quad \tfrac{1}{2}(z_1+z_2)$$

des Schwerpunctes der zwischen den beiden Puncten

x_1, y_1, z_1 und x_2, y_2, z_2 liegenden Geraden befriedigt werden, so sieht man, daſs der Mittelpunct einer Dreieckseite mit der gegenüber liegenden Spitze und dem Schwerpuncte des Dreieckes in einer Geraden liegt.

Die Entfernung des Schwerpunctes von der im Ursprunge der Coordinaten liegenden Spitze ist

$$\sqrt{\left[\left(\frac{x_1+x_2}{3}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{3}\right)^2+\left(\frac{z_1+z_2}{3}\right)^2\right]},$$

und die Entfernung dieser Spitze von dem Mittelpuncte der gegenüber liegenden Seite

$$\sqrt{\left[\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)^2+\left(\frac{z_1+z_2}{2}\right)^2\right]};$$

folglich liegt der Schwerpunct eines Dreieckes in der von einer Spitze nach dem Mittelpuncte der gegenüber liegenden Seite gehenden Geraden, um $\frac{2}{3}$ dieser Geraden von der Spitze entfernt.

101. Um die in Nro. 98 und 99 gefundenen Resultate zu verallgemeinern, seyen

$$x_1, y_1, z_1; \quad x_2, y_2, z_2; \quad x_3, y_3, z_3$$

die Coordinaten der Spitzen eines Dreieckes, so sind in Beziehung auf neue coordinirte Ebenen, welche man durch die eine Spitze x_1, y_1, z_1 mit den alten parallel legt,

$$x_2 - x_1, \quad y_2 - y_1, \quad z_2 - z_1;$$
$$x_3 - x_1, \quad y_3 - y_1, \quad z_3 - z_1$$

die Coordinaten der beiden andern Spitzen, und man hat also nach Nro. 99, wenn man die Coordinaten des Schwerpunctes in Beziehung auf die neuen coordinirten Ebenen mit X', Y', Z' bezeichnet,

$$X' = \tfrac{1}{3}(x_2 - x_1 + x_3 - x_1);$$
$$Y' = \tfrac{1}{3}(y_2 - y_1 + y_3 - y_1);$$
$$Z' = \tfrac{1}{3}(z_2 - z_1 + z_3 - z_1),$$

und folglich

$$X = x_1 + X' = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y = y_1 + Y' = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z = z_1 + Z' = \frac{1}{3}(z_1 + z_2 + z_3).$$

Für den Inhalt des Dreieckes erhält man

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{\Big[[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]^2 + [(y_3-y_1)(z_2-z_1)-(y_2-y_1)(z_3-z_1)]^2 + [(z_3-z_1)(x_2-x_1)-(z_2-z_1)(x_3-x_1)]^2\Big]}.$$

102. Für ein Stück der Ebene

$$z = Ax + By + C,$$

das von zwei Curven begrenzt wird, deren Projectionen in der Ebene der xy durch die Gleichungen

$$y = \chi x, \quad y = \psi x$$

gegeben sind, müssen die Integrale in Beziehung auf y zwischen diesen Grenzen genommen werden; man erhält

$$S = \sqrt{[1 + A^2 + B^2]}\int dx\,(\psi x - \chi x);$$
$$X = \frac{\int dx\,.\,x\,(\psi x - \chi x)}{\int dx\,(\psi x - \chi x)};$$
$$Y = \frac{\int dx\,(\psi x^2 - \chi x^2)}{2\int dx\,(\psi x - \chi x)};$$
$$Z = A\frac{\int dx\,.\,x\,(\psi x - \chi x)}{\int dx\,(\psi x - \chi x)} + B\frac{\int dx\,(\psi x^2 - \chi x^2)}{2\int dx\,(\psi x - \chi x)} + C.$$

Da diese Werthe der Coordinaten des Schwerpunctes die Gleichung der Ebene identisch machen, so folgt, übereinstimmend mit frühern Betrachtungen, dafs der Schwerpunct in der Ebene liegt.

Da ferner die Werthe von X und Y nur noch von den Projectionen der Grenzen abhangen, so sieht man, dafs die Schwerpuncte aller ebenen Figuren, welche die nämliche Projection haben, in einer zu der Projection senkrechten Geraden liegen.

Sind die Grenzen der Projection so beschaffen, dafs für jeden Werth von x, $\chi x = -\psi x$ ist, so wird

$Y = 0$, und folglich liegt alsdann der Schwerpunct in der Ebene der xz. Wenn daher die Projection einer ebenen Figur einer oder mehrerer Achsen fähig ist, so geht jede zu der Projection senkrechte, durch eine Achse derselben gelegte Ebene, durch den Schwerpunct der Figur.

103. Liegt die Figur in der Ebene der xy, so hat man $A = B = C = 0$, und folglich

$$S = \int dx\,(\psi x - \chi x);$$
$$X = \frac{\int dx\,.\,x\,(\psi x - \chi x)}{\int dx\,(\psi x - \chi x)};$$
$$Y = \tfrac{1}{2}\,.\,\frac{\int dx\,(\psi x^2 - \chi x^2)}{\int dx\,(\psi x - \chi x)};$$
$$Z = 0.$$

104. Aus der Gleichung $y^2 + z^2 = \varphi x^2$, welche allen Flächen angehört, die durch Rotation einer Linie um die Achse der x entstehen können, erhält man

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\varphi x}{z}\,.\,\frac{d\varphi x}{dx};\quad \frac{dz}{dy} = \frac{-y}{z};$$
$$\frac{d^2 S}{dx\,dy} = \sqrt{\left[1 + \frac{\varphi x^2}{z^2}\left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2 + \frac{y^2}{z^2}\right]}$$
$$= \frac{1}{z}\sqrt{\left[\varphi x^2 + \varphi x^2\left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2\right]}$$
$$= \frac{\varphi x}{\sqrt{(\varphi x^2 - y^2)}}\sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2\right]}.$$

Da aber aus der nämlichen Gleichung folgt, dafs

$$y = \pm\,\varphi x;\quad z = 0$$

die Gleichungen der Durchschnittslinie der Rotationsfläche mit der Ebene der xy sind, und nach Nro. 86 für diese Linie, die man auch als Erzeugungslinie betrachten kann,

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2\right]}$$

ist, so hat man

$$\frac{d^2 S}{dx\,dy} = \frac{\varphi x}{\sqrt{(\varphi x^2 - y^2)}} \cdot \frac{ds}{dx};$$

$$\int dy \frac{d^2 S}{dx\,dy} = \text{arc.}\left(\sin. = \frac{y}{\varphi x}\right) \varphi x \frac{ds}{dx} + Fx;$$

$$\int dy \,.\, x \frac{d^2 S}{dx\,dy} = \text{arc.}\left(\sin. = \frac{y}{\varphi x}\right) x \varphi x \frac{ds}{dx} + F'x;$$

$$\int dy \,.\, y \frac{d^2 S}{dx\,dy} = \sqrt{(\varphi x^2 - y^2)}\, \varphi x \frac{ds}{dx} + F''x;$$

$$\int dy \,.\, z \frac{d^2 S}{dx\,dy} = y \varphi x \frac{ds}{dx} + F'''x.$$

Ist nun das Stück der Fläche durch zwei Curven begrenzt, deren Projectionen in der Ebene der xy durch die Gleichungen $y = \chi x$ und $y = \psi x$ gegeben sind, so müssen die gefundenen Integrale zwischen diesen Grenzen genommen werden, und man hat

$$S = \int dx \left[\text{arc.}\left(\sin. = \frac{\psi x}{\varphi x}\right) - \text{arc.}\left(\sin. = \frac{\chi x}{\varphi x}\right)\right] \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$X = \frac{1}{S} \int dx \left[\text{arc.}\left(\sin. = \frac{\psi x}{\varphi x}\right) - \text{arc.}\left(\sin. = \frac{\chi x}{\varphi x}\right)\right] x \varphi x \frac{ds}{dx}$$

$$Y = \frac{1}{S} \int dx \left[\sqrt{(\varphi x^2 - \psi x^2)} - \sqrt{(\varphi x^2 - \chi x^2)}\right] \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$Z = \frac{1}{S} \int dx \left[\psi x - \chi x\right] \varphi x \frac{ds}{dx}.$$

105. Sollen die Durchschnittslinien der Rotationsfläche mit der Ebene der xy die Grenzcurven seyn, so hat man $\psi x = \varphi x$, $\chi x = -\varphi x$, und folglich

$$S = [\text{arc.}(\sin. = 1) - \text{arc.}(\sin. = -1)] \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx}$$

$$= \left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx}$$

$$= \pi \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$X = \frac{\pi}{S} \int dx \,.\, x \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$Y = 0;$$

$$Z = \frac{2}{S} \int dx \,.\, \varphi x^2 \frac{ds}{dx}.$$

Diese Ausdrücke beziehen sich nur auf die über der Ebene der xy befindlichen Hälfte der Rotationsfläche; für beide Hälften zusammen genommen hat man

$$S = 2\pi \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$X = \frac{\pi}{S} \int dx \,.\, x \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$Y = 0; \quad Z = 0.$$

VII.

Fernere Versuche über eine neue Classe electro-chemischer Erscheinungen,

von

L. Nobili.

(Bib. univ. Mars. 1827.)

Bei den electro-chemischen Phänomenen, die ich unlängst beobachtet habe *), haben sich die merkwürdigsten und mannigfaltigsten Resultate am positiven Pole gezeigt, wo sich die electro-negativen Substanzen in dünnen Schichten absetzten, sobald sie sich unter den angegebenen Umständen befanden. Bei Fortsetzung dieser Untersuchung bin ich dahin gelangt, auch am negativen Pole eben so auffallende Phänomene hervorzubringen, die eine vollständige Vergleichung zwischen den Wirkungen beider Pole anzustellen gestatteten. Dieses geschah durch zwei Mittel, deren eines in der Verstärkung des electrischen Stromes, das andere in der Vermengung zweier oder dreier Auflösungen besteht. Ich

*) Siehe B. II. S. 435 dieser Zeitschrift.

will nun ohne Umschweife die Resultate beschreiben, die ich durch beide Mittel an chemischen Präparaten, an vegetabilischen und animalischen Substanzen erhielt.

Chemische Präparate.

Essigsaures Kupfer und Salpeter. Auf negativem Silber zeigte sich in der Mitte der Metallglanz; von da aus eine Reihe concentrischer Kreise in folgender Ordnung: zwei kleine schwachgrüne Kreise, dann ein weiſser, ein rother, ein grünlicher, eine schöne Zone von feuerrothem Kupfer, die mit einem azurblauen Ringe mit Strahlenlinien, als wäre es ein getheilter Kreis, versehen war. Diese Linien erstreckten sich bis zum Kupferkreise. Dann folgte eine weite Kupferzone, die breiter war als die erste, aber eben so glänzend und von einem schön grünen Kreise umgeben. Auf Gold und Platin erschien dasselbe. Es dürfen aber, wenn der Versuch gelingen soll, die Platten nicht zu sehr polirt seyn.

Essigsaures und schwefelsaures Kupfer. Auf negativem Platin im Centrum ein dunkler Fleck, wahrscheinlich von Kupferoxyd, dann ein heller Kreis von reinem Platin, dann eine azurblaue Zone, ein grüner Kreis, und endlich eine sehr glänzende Kupferlage. Reibt man die Oberfläche, so verschwindet die grüne und blaue Farbe, und es bleibt auf dem Plättchen nichts als eine mehr oder weniger rothe zweifarbige Kupferschichte.

Essigsaures Kupfer und schwefelsaure Soda. Auf negativem Platin im Centrum weiſs, dann ein azurblauer, und hierauf ein blauer Kreis, zwei feuerrothe Kupferzonen von ungleicher Lebhaftigkeit. Das Ganze erscheint mit blauer Umgebung. Auf negativem Silber eine schöne Reihe concentrischer Kreise, den vorigen ähnlich, jedoch in Rücksicht auf Ordnung und Beschaffenheit der Farben verschieden.

Essigsaures Kupfer und Baryt. Auf negativem Silber eine grofse schöne blafsgelbe Zone um eine andere rothe, von der sie durch einen weifsen Kreis vom blos gelegten Silber getrennt ist. Der mittlere Theil besteht aus kleinen, ins Gelbe spielenden Kreisen, die durch einen oder mehrere schwarze Striche von einander getrennt sind. Auf negativem Platin eine ähnliche Ringfolge, die sich aber in einigen Farben unterscheidet.

Essigsaures Kupfer und Kochsalz. Auf negativem Platin Herstellung des Kupfers in dem Augenblicke, wo man die Kette öffnet. Auf positivem Platin nichts. Auf negativem Silber eine Reihe concentrischer Kreise mit einer schönen milchweifsen Zone. Die geringste Reibung macht diese Kreise verschwinden.

Essigsaures Kupfer und Harn. Auf negativem Silber reducirtes Kupfer in concentrischen Kreisen, die immer schwächer werden, nachdem man die Kette geöffnet hat. Auf negativem Gold und Platin reducirtes Kupfer in schwachen Zonen.

Essigsaures Kupfer und Kali. Auf negativem Silber reducirtes Kupfer in wenig glänzenden und wenig mannigfaltigen concentrischen Kreisen.

Schwefelsaures Kupfer und Soda. Auf negativem Silber wie bei essigsaurem Kupfer und schwefelsaurer Soda.

Schwefelsaurer Braunstein und Soda. Auf negativem Platin eine weifse Schichte mit kleinen Bläschen, die sich beim Öffnen der Kette zerstreuen.

Schwefelsaures Kupfer und Kochsalz. Auf negativem Silber concentrische Kreise und eine milchweifse Zone, wie bei dem Versuche mit Kupfer und Kochsalz. In beiden Fällen wird das Kupfer durch die Auflösung ein wenig angegriffen. Auf negativem Platin reducirtes Kupfer in immer schwächer werdenden Kreisen.

Schwefelsaures Kupfer und Salpeter. Auf negativem

Silber schöne concentrische Kreise mit sehr lebhaften Farben, gegen die Mitte aus reducirtem Kupfer; rings herum eine breite, blaſsgelbe, durch einen Silberkreis getheilte Einfassung. Die verschiedenen Kreise werden in Kurzem zum Vortheile der ganzen Erscheinung grün. Auf negativem Platin concentrisch bleibende Kreise aus reducirtem Kupfer.

Schwefelsaures Kupfer und salzsaures Kali. Auf negativem Platin concentrische, wenig dauerhafte Kreise aus reinem Kupfer mit verschiedenen Farben. Auf negativem Silber vier deutliche Kreise, der innere aus Kupferoxyd, der zweite aus reinem Kupfer, der dritte grün, der vierte milchweiſs.

Schwefelsaures Kupfer und salzsaurer Baryt. Diese beiden Auflösungen wirken zwar chemisch auf einander ein, geben aber doch auf negativem Silber Erscheinungen wie die vorhergehenden. Auf negativem Platin erscheinet eine kleine Kupferzone um zwei azurblaue Kreise.

Salzsaures Kupfer. Auf negativem Platin Kreise mit zwei Farben aus Kupfer, von einer milchweiſsen Zone umgeben. Reibt man die Oberfläche leicht, so bleibt nur eine Kupferzone übrig, die mit Oxydstreifchen durchzogen, und durch einen dunkleren Kreis durchschnitten ist.

Salzsaures Kupfer und salzsaurer Baryt. Auf negativem Platin Erscheinungen wie im vorhergehenden Falle.

Salzsaures Kupfer und salzsaures Ammoniak. Auf negativem Platin sich verlierende Kreise aus Kupfer, die nur eine schwache Spur zurücklassen. Auf negativem Silber schöne concentrische Kupferkreise, die mit der Wirksamkeit der Säule verschwinden.

Salzsaures Gold und salzsaure Soda. Auf negativem Platin concentrische Goldkreise, deren Farben so auf

einander folgen: am Centrum ein kleiner dunkelrother Kreis, dann ein anderer kupferfarbiger, ein dritter röthlicher, ein vierter kupferfarbiger, und hierauf vier bis fünf blafsgelbe Kreise. Auf negativem Gold in der Mitte ein dunkelrother Kreis, dann ein gelber, grüner, wieder ein gelber, der am äufseren Rande in die Farbe des Centrums übergeht.

Salzsaures Ammoniak und Ammoniakkupfer. Auf negativem Platin sich verlierende concentrische Kreise aus Kupfer.

Salzsaurer Kobalt und salzsaures Ammoniak. Auf negativem Silber schön gefärbte Kreise, die aber bald nach ihrem Entstehen schwächer werden, und wovon einige ihre Farbe ändern.

Salzsaurer Kobalt und salzs. Kalk. Auf negativem Platin Kreise, die kaum sich gebildet haben, als sie wieder verschwinden, dann ein weifslicher Überzug der Oberfläche, der sich augenblicklich wieder verliert. Auf negativem Silber dasselbe Phänomen.

Salpetersaures Kupfer und salpetersaurer Kalk. Auf negativem Silber im Centrum ein schwarzer Fleck, dann zwei Zonen von Kupfer, und ein breiter Kupferstreifen mit bräunlicher Einfassung. Auf negativem Platin dasselbe Phänomen.

Salpetersaures Kupfer und salpeters. Kali. Auf negativem Silber und Platin wie vorher.

Salpetersaurer Kalk und salzsaures Kali. Auf negativem Silber concentrische Kreise mit einer schönen milchweifsen Zone. Auf negativem Platin Kupferkreise, die langsem verschwinden.

Essigs. Quecksilber und Salpeter. Auf negativem Platin und Gold ein flüchtiger Metallüberzug.

Essigs. Kupfer, schwefels. Kupfer und Salpeter. Auf negativem Platin mehrere Kreise, die zwei Zonen bil-

den, wovon der innere feuerroth, der äuſsere blau erscheint. Den Mittelpunct nehmen mehrere sehr deutliche verschiedenfarbige Kreise ein.

Essigs. und schwefels. Kupfer und salzs. Kali. Auf negativem Platin Kupferkreise, die verschwinden, und kaum eine Spur von sich zurück lassen. Auf negativem Gold dasselbe. Auf negativem Silber eine Reihe concentrischer Kreise in folgender Ordnung: von innen ein kleiner dunkler Kreis, wahrscheinlich von Kupferoxyd, dann ein ins Fleischfarbne spielender Kupferkreis, ein Streifen, eine schwärzliche, dann eine milchweiſse Zone, von einem vielfarbigen Schimmer umgeben. Dieses Phänomen erhält sich, wenn die Thätigkeit der Säule nur kurze Zeit dauert. Eine kleine Schichte Schwefelsäure vertilgt alles bis auf die Kupferzone um einen weiſsen Kreis.

Essigs. und schwefels. Kupfer, nebst salzs. Soda. Auf negativem Platin *) wie vorhin. Auf negativem Gold und Silber Kupferkreise, die immer schwächer werden.

Salpeters. Kupfer, salzs. Kobalt und salzs. Kalk. Auf negativem Platin concentrisch sich verlierende Kreise aus den Metallbasen. Auf negat. Silber etwas ähnliches.

Versuche mit thierischen Substanzen.

Harn. Auf negat. Silber im Centrum ein erdfarbner Punct, dann zwei oder drei Kreise von sehr zartem Azurblau, hierauf verschiedene sehr deutliche Iris von schwacher Farbe.

Seröser Theil vom Menschenblut. Auf positivem Platin und Gold keine Erscheinung; auf posit. Silber gegen die Mitte einige aschgraue Kreise, dann eine glänzende Silberzone, eine Reihe sehr lebhafter Irisbögen,

*) Im Original heiſst es Silber, der Context zeigt aber, daſs es Platin heiſsen muſs.

wovon der letzte sich ins Violette verliert. Die Wärme röthet sie. Auf negat. *) Gold, Platin und Silber setzt sich eine adhärirende milchfarbne Substanz ab.

Kuhmilch. Auf posit. Platin nichts; auf posit. Silber im Centrum ein dunkler Punct, dann eine Reihe kleiner, schwacher, milchiger Kreise, ein Silberkreis, und eine oder zwei Iris, wo das Roth fehlt. Dieses Phänomen ist dem in der vorhergehenden Substanz ähnlich, unterscheidet sich aber doch davon. Auf negat. Silber eine weifsliche Materie.

Hühnereiweifs. Auf posit. Silber in der Mitte eine weifsliche Materie, die in zwei oder drei mehr oder weniger dunkle Kreise getheilt ist, hierauf eine Silberzone, und dann zwei oder drei Iris.

Dotter desselben Eies. Auf posit. Silber ein ähnliches Phänomen.

Speichel Auf posit. Silber eine Irisreihe, die einen gelblichen Kreis bildet, der diese Erscheinung von der vorigen unterscheidet. Er wird unter fortdauernder Einwirkung der Säule blau und purpurroth.

Hühnerblut. Auf posit. Silber wie beim Eiweifs. Die Iris neigt sich ins Grüne oder Gelbe.

Schweinsgalle. Auf negat. Silber in der Mitte eine Masse, die gegen innen dunkel, gegen aufsen gelb ist, dann einige verschieden gefärbte Kreise, die eine deutliche Iris mit einer blauen Zone schliefst. Zwischen der Iris und den inneren Kreisen ist eine schön rosenrothe Zone.

Menschengalle. Auf posit. Silber wie vorhin.

Feuchtigkeiten aus einem Schweinsauge. 1. *Wässerige Feuchtigkeit.* Auf posit. Silber in der Mitte verworrene Kreise, die ein milchweifser Kreis schliefst, dann eine Silberzone, und endlich mehrere sehr lebhafte Iris.

---

*) Im Originale heifst es, ohne Zweifel irrig: *positiv*.

2. *Krystallfeuchtigkeit.* Auf posit. Silber eine verworrene Erscheinung, wegen der Zähheit der Masse. Deutliche, aus ziemlich gefärbten Kreisen bestehende Erscheinungen gab sie, wenn sie mit etwas Wasser verdünnt, und dann durch ein Tuch geseihet war. Da setzte sich in der Mitte eine Schichte eines weifsen Stoffes ab, wie eine Membrane, die über das Plättchen hingleitet, welches von der Neigung der Oberfläche abzuhängen scheint.
3. *Glasfeuchtigkeit.* Auf posit. Silber wie bei der Wasserfeuchtigkeit, nur fehlt der milchweifse Kreis.

Versuche mit Pflanzenstoffen.

Möhrensaft. (*Daucus, carota Linn.*) Auf posit. Silber ein dunkler Mittelpunct mit zwei Kreisen, einem gelblichen und einem grünlichen umgeben, dann mehrere stark gefärbte Zonen.

Zwiebelsaft. (*Allium cepa Linn.*) Auf posit. Silber ein schwarzer Punct, in der Mitte zweier Kreise, deren einer ins Gelbe, der andere ins Azurblaue spielt, dann mehrere andere schwach gefärbte Kreise.

Petersilsaft. (*Apium petroselinum Linn.*) Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct, von einer weifslichen und grünen Masse umgeben, dann zwei schöne Iris, deren eine stärker als die andere, und von innen durch eine so transparente Zone geschieden ist, dafs man sie kaum vom reinen Silber unterscheiden kann.

Traubensaft. Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct mit verschiedenen bläulichen Einfassungen.

Knoblauchsaft. (*Allium sativum Linn.*) Auf posit. Silber ein schwarzer Punct, in der Mitte zweier kleiner Kreise, wovon der innere milchweifs, der andere grün ist; sie sind mit einer gelben Zone umgeben, auf deren Umrifs schwaches Violett anfängt. Diese Erscheinung darf mit keiner anderen verwechselt werden.

Aepfelsaft. Auf posit. Silber in der Mitte ein schwarzer Fleck, der von mehreren schwach gefärbten Kreisen umgeben ist.

Rettigsaft. (*Raphanus sativus Linn.*) Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct, dann ein kleiner weifser Kreis, eine grünliche Zone von einem blauen Kreise begrenzt, dann einer oder zwei schön goldgelbe Kreise, und endlich eine schwache Iris.

Kopfkohlsaft. (*Brassica oleracea capitata, sabauda Linn.*) Auf posit. Silber im Centrum einen blauen Punct, dann einen grünlichen Kreis, dann einen dunklen, endlich eine sehr glänzende Iris mit vorherrschendem Gelb, das ins Blaue spielt.

Selleriebblättersaft. (*Apium graveolens dulce Linn.*) Auf posit. Silber gegen das Centrum zwei verschiedene Stoffe, ein grauer und ein grüner, dann mehrere Iris.

Rothe Rübe. (*Beta vulgaris Linn.*) 1. *Saft von der Knolle.* Auf posit. Silber in der Mitte ein rother Punct, den vier Kreise umgeben, ein gelber, blauer, rother und grüner, weiter davon zwei bis drei schöne Iris. 2. *Blättersaft.* Auf posit. Silber dasselbe, mit Ausnahme einer Verschiedenheit in den mittleren Kreisen.

Endivie. (*Cichorium endivia Linn.*) 1. *Wurzelsaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein weifser Stoff, von einem anderen dunkelgrünen umgeben, dann mehrere schwach gefärbte Kreise. 2. *Blättersaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein röthlicher Punct, dann ein kleiner gelblicher Kreis, auf den ein gröfserer grüner, und endlich zwei schöne Iris folgen.

Kohl. (*Brassica oleracea Linn.*) 1. *Wurzelsaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct, dann ein weifser Kreis, auf den eine grünliche Zone folgt, endlich mehrere andere schwach gefärbte und ins Violette spielende Zonen. 2. *Blüthensaft* mit etwas Wasser ver-

dünnt. Auf posit. Silber das Centrum röthlich, dann zwei kleine Kreise, ein blauer und ein grüner, endlich schwache violette Zonen wie vorher. 3. *Blättersaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein röthlicher Punct, von einem gelben und einem grünen Kreise umgeben; dann Zonen wie vorher, nur etwas besser gefärbt.

Riechender Huflattich. (*Fussilago fragrans. Villars.*) 1. *Wurzelsaft.* Auf posit. Silber im Centrum ein dunkelrother Kreis, dann ein gelblicher und ein ins Graue spielender; hierauf einige sehr schwache bläuliche Zonen. 2. *Stengelsaft.* Auf positivem Silber im Centrum schwarz, mit einem weifsen Kreise, dann sehr zarte und doch rein gefärbte Kreise. 3. *Blättersaft.* Auf positivem Silber ein dunkles Centrum mit zwei blauen Kreisen, deren einer heller als der andere ist, hierauf lebhafte Iris.

Hiemit schliefst der Hr. Verfasser die Reihe jener Versuche, die er, seiner Aussage gemäfs, nicht aus blofser Curiosität, sondern defshalb angestellt hat, weil er an den Substanzen, die in der electro-chemischen Reihe an beiden Enden stehen, die Eigenschaft, durch den electrischen Strom leichter von einem Pole zum anderen übergeführt zu werden, bemerkt zu haben glaubt. Für Stoffe, die am electro-negativen Ende sich befinden, spricht, sagt er, die allgemeine Beobachtung der Hauptphänomene, die man an beiden Polen gleich leicht hervorbringt; für die Körper am anderen Ende die Vergröfserung des Effectes, den man am anderen Pole durch Zusatz solcher Salze erhält, die eines der neuen Metalle zur Basis haben, welche alle am positiven Ende der electrochemischen Scale stehen. Läfst sich diese Eigenschaft völlig erweisen, so werden sich, seiner Meinung nach, mehrere Eigenthümlichkeiten der Säule erklären, wie z. B. die Richtung der Bewegung in einigen flüssigen Leitern, in den von *Ermann* entdeckten, von *Herschel*,

Orioli und *Prandi* weiter entwickelten Rotationen. Es bleibt, heiſst es weiter, in dem so häufigen Falle, wo electro-positive und negative Substanzen sich an die ihnen entsprechenden Pole anhängen, von ihnen wahrscheinlich eine kleine, kaum wahrnehmbare Schichte zurück. Die electrischen Polaritäten eines Platinplättchens, das an den Polen der Säule gedient hat, kommen wahrscheinlich von solchen Schichten her. Vielleicht ist dieses die einzige Ursache der Ladung von *Ritters* secundärer Säule. Man erinnere sich an die Beobachtungen von *La Rive* und *Marianini* über die electromotorische Kraft, die Plättchen erlangen, welche in der *Volta*'schen Kette als Pole gedient haben, die so stark an ihnen haftet, daſs man sie nicht durch Reiben, sondern nur durch Erwärmung zerstören kann.

In seinen Versuchen geschieht dieses an Plättchen häufig durch solche Absätze, die auch der Reibung mehr oder weniger widerstehen. Bei allen Versuchen mit organischen Körpern habe ich, fährt er fort, nur am positiven Pole schöne Phänomene wahrgenommen, darum darf man aber doch nicht unterlassen, die Erscheinungen am negativen Pole zu studiren. Denn es setzt sich an ihm oft so viel Masse ab, daſs er dem Chemiker, Physiologen und Botaniker hinreichenden Stoff zur Untersuchung darbietet. Ich weiſs zwar nicht, wie weit man die Analyse der am Centrum eines Plättchens abgesetzten Masse treiben kann; indeſs scheint mir ihre Menge zu genauen Analysen hinreichend zu seyn, noch mehr aber zu mikroskopischen Beobachtungen. Die Erscheinungen, welche animalische und vegetabilische Substanzen am positiven Pole darbieten, sind im Allgemeinen schöner und lebhafter als die, welche chemische Lösungen darbieten. Es sind die Producte der organischen Natur von denen der unorganischen scharf geschieden,

Die Absätze aus organischen Stoffen stehen in enger Beziehung zu einander, wie man aus einem Vergleiche der glänzendsten Stellen, wie der Iris, welche den centralen Theil umgibt, ersieht; doch bemerkt man auch Unterschiede, welche jede Substanz charakterisiren.

In vegetabilischen Substanzen hat der centrale Absatz die Gestalt eines Auges, dessen Gröſse und Farbenspiel bei verschiedenen Substanzen variirt. Es ist der Mühe werth, sich mit diesen Formen bekannt zu machen, um sie classificiren zu können; dann wird man die schon bekannten physischen Charactere der Körper mit neuen electro-chemischen vermehren können. Dieſs wird besonders in organischen Körpern von Wichtigkeit seyn, deren Chemie noch so wenig vorgerückt ist.

Die Jahreszeit erlaubte nur wenige Versuche mit Pflanzensäften, aus denen man ersah, daſs die Farben aus Wurzelsäften von denen aus Blättersäften sehr verschieden sind; erstere sind in der Regel viel schwächer als die letzteren.

Die Farben, welche organische Substanzen am positiven Pole absetzen, sind so schön und mannigfaltig, daſs man dadurch die unermeſsliche Mannigfaltigkeit, welche in dieser Hinsicht die zwei schönsten Naturreiche von einander unterscheidet, wohl begreifen lernt. Ein, oder höchstens zwei oder drei electro-negative Elemente in dünnen Schichten unter die organischen farbigen Theile eines Individuums gebracht, reichen zur Erklärung der Farbenverschiedenheit hin.

Die Farben des Pflanzen- und Thierreiches sind im Allgemeinen in der heiſsen Zone lebhafter und mannigfaltiger als in der kalten. Die Wärme ändert das Aussehen der electro-chemischen Phänomene, und belebt oft die Farben auf das überraschendste. Dieser Umstand verdient von Naturhistorikern beachtet zu werden.

Der Hr. Verfasser machte auch Versuche, um an Substanzen, die ihrer Natur nach dieses gestatten, die Erscheinungen beim positiven und negativen Pole zugleich neben einander auf einem Metallplättchen darzustellen. Er nahm dazu zwei Säulen, deren gleichnamige Pole entgegengesetzte Richtungen hatten, verband diese mit dem Rande eines horizontal liegenden Plättchens, und führte von den zwei anderen Polen zwei andere Drähte in die Nähe desselben Plättchens. Man sollte glauben, daſs sich in diesem Falle die Stoffe, welche die zwei entgegengesetzten Pole lieferten, vereinigen müſsten, allein dieses ist nicht der Fall; sondern wenn die Kreise um einen Pol die um den anderen Pol schneiden, so wirken sie verengend auf einander.

Die Erscheinungen an einem Pole kann man verschwinden machen, und zwar ganz oder zum Theil, wenn man den electrischen Strom umkehrt; dadurch entstehen oft neue Farben. So z. B. verschwinden dadurch die Irisfarben, die man auf positivem Platin mittelst essigsaurem Blei erhält, zum Theil, und diejenigen, welche übrig bleiben, nehmen einen grünen flüchtigen Teint an.

Bei Kupfersalzen bildet das Kupfer oft am negativen Pole abwechselnde Kreise von gesättigterem und minder gesättigtem Roth. Der Verfasser hat diesen Umstand schon in der ersten Abhandlung über diesen Gegenstand bezeichnet, meinte aber, die Farben rühren vom Kupfer in zwei Oxydationszuständen, und im regulinischen her, doch machten es ihm fernere Versuche wahrscheinlich, daſs sie von einigen Lagen einer überführten electro-positiven Materie herrühren; nur im centralen Theile erkennt man das Kupferoxyd immer recht deutlich.

VIII.
Eine der neu entdeckten Flüssigkeiten in einer weiten Höhlung eines Saphirs,

von

D. Brewster.

(Journal of science, No. XI.)

Die Flüssigkeiten, welche *Brewster* in Krystallen entdeckte *), fand man bis jetzt nur in Edelsteinen, wie in Quarz, Topas und Krysoberyll; die Entdeckung derselben in andern Krystallen ist wohl interessant zu nennen. *Sanderson* gab vor Kurzem *Brewster* einen Saphir, der eine sehr groſse Öffnung hatte, die wie jene aussah, welche im Topas vorkommen, und mit dem sehr ausdehnbaren Fluidum angefüllt sind. Die Höhlung ist aber $^1/_{10}$ Zoll lang und regelmäſsig wie ein Krystall, die Flüssigkeit nimmt darin $^2/_3$ der Länge ein, und erfüllt sie 82° F. (22° $^2/_9$ R.) ganz. Sie scheint klebriger und dichter zu seyn, als man sie sonst findet, und darum erscheint sie selbst dann, wenn sie den ganzen innern Raum ausfüllt, am Rande deutlich und wohl begrenzt. Sinkt die Temperatur unter 82° F., so begleitet ihr Zusammenziehen keine so heftige Effervescenz, wie dieses bei Flüssigkeiten in Topasen der Fall ist. Im genannten Exemplare scheint das Fluidum vermög seiner Ausdehnbarkeit auf die Wände der Höhlung stark gewirkt, und sie an beiden Seiten erweitert zu haben. Die Wände der so entstandenen Spalten sind stellenweise mit einer gallertartig aussehenden Materie überzogen, wie von Theilen der einen der zwei Flüssigkeiten, wenn sie erhärtet.

---

*) Mehreres darüber findet der Leser im 1. Bande dieser Zeitschrift.

Doch reichte obige Kraft nicht hin, den Krystall ganz bersten zu machen, und scheint nur die zweite Flüssigkeit in die Spalten getrieben zu haben, die daher immer die Ecken und schmalen Stellen einnimmt. Für diese Meinung spricht auch noch der Umstand, daſs man von der zweiten Flüssigkeit nichts innerhalb der Höhlung gewahr werden kann; doch kann dieses auch daher kommen, daſs es so schwer hält, die Ecken der Höhlung in diesem Exemplar genau zu untersuchen.

Eine andere Merkwürdigkeit bietet dieser Krystall dadurch dar, daſs er an einem Ende der Flüssigkeit deutliche Gruppen durchsichtiger Krystalle enthält, die ohne Zweifel von der Flüssigkeit abgesetzt wurden. Es lieſs sich über die Natur dieser Krystalle nichts sagen; wenn die Höhlung geöffnet wäre, würde man wohl entscheiden können, ob sie Saphire sind oder nicht.

IX.

Comparative Wirkung der Rotation einer massiven und hohlen Eisenkugel auf die Magnetnadel,

von

Barlow.

(Edinb. journ. of science. No. XI.)

Es ergibt sich aus *Poissons* Theorie des Magnetismus in Bewegung *), daſs zwei Bomben, deren eine massiv, die andere hohl ist, und die im ruhenden Zustande eine Magnetnadel ganz gleich afficiren, beim schnellen

*) B. II., S. 336 dieser Zeitschrift.

Rotiren nicht mehr mit gleicher Kraft darauf wirken, wiewohl ihre Durchmesser und Entfernungen von den Magneten vollkommen gleich sind, und auch beide mit gleicher Geschwindigkeit gedreht werden. Dieses Resultat schien ein Mittel abgeben zu können, die Theorie einer eigentlichen Feuerprobe zu unterwerfen, und *Babbage*, der sich gerade damahls in Paris aufhielt, als diese Deduction gemacht wurde, schrieb mir auf Verlangen *Poissons*, den Versuch anzustellen.

Ich verschaffte mir demnach eine massive Eisenkugel von der gröſsten Gattung, nämlich einen 68 Pfünder von 7.87 Zoll Durchmesser, und eine hohle von demselben Durchmesser, deren Gewicht gerade der Hälfte der vorigen gleicht, nämlich 34 Pfund; da ich aber die massive Kugel nicht wohl an dem Apparate anbringen konnte, den ich bei meinen vorigen Drehversuchen brauchte, so construirte ich mir eine andere Vorrichtung, welche Taf. 1, Fig. 3 zu sehen ist. *ABCD* ist ein dickes, am Fuſsboden wohl befestigtes Holzstück; *W* ein Rad, das sich um seine Axe dreht; *w* eine Welle, die an die aufrechte Axe befestigt ist, und an deren oberes Ende eine hölzerne Schale angeschraubt ist, deren Höhlung sie geeignet macht, die massive und hohle Kugel genau aufzunehmen. Hinter *AB* war der Fuſsboden weggenommen, und die aufrechte Stütze *EF* in die Erde eingetrieben, die Platte *FG* daran befestigt und die Magnetnadel *C* darauf gestellt, so, daſs sie gerade über der Kugel stand, und gegen jede Erschütterung durch die Bewegung derselben geschützt war. Der Apparat wurde im magnetischen Meridian festgestellt, und zur Erhöhung der Wirkung die Richtkraft der Magnetnadel durch eine kräftige Magnetstange, die sich im Meridian zur Seite des Gestelles befand, vermindert. Bei dieser Einrichtung wurden folgende Resultate erhalten:

Die massive Kugel wurde 640 Mal in einer Minute gedreht.

Stand der Magnetnadel bei ruhender Kugel.	Ablenkung		
	bei der Rotation nach links.	bei der Rotation nach rechts.	mittlere.
0° 0′	27° 0′	29° 0′	28° 0′
1 0	28 0	29 0	28 30
— 0 30	28 0	29 30	28 45
0 0	28 30	29 0	28 45
0 0	27 30	29 30	28 0
1 0	27 30	29 0	28 15
— 0 30	27 30	29 0	28 15
1 0	28 30	29 0	28 45

Mittelresultat aus allen Versuchen 28°, 24′.

Die hohle Kugel wurde in einer Minute 640 Mal gedreht.

Stand der Magnetnadel bei ruhender Kugel.	Ablenkung		
	bei der Rotation nach links.	bei der Rotation nach rechts.	mittlere.
0° 30′	14° 45′	15° 0′	14° 52′
0 0	15 0	15 0	15 0
1 0	15 30	15 0	15 15
0 0	15 30	15 30	15 30
— 0 30	15 0	15 0	15 0
0 30	15 30	15 30	15 30
0 30	15 0	15 0	15 0
0 0	15 0	15 0	15 0

Mittelresultat aus allen Versuchen 15°, 5′.

Demnach ist die Ablenkung der Magnetnadel nahe den respectiven Massen proportionirt.

Diese Versuche erhielt ich unter günstigeren Umständen, als jene, die ich *H. Poisson* gesandt habe; ich kann aber wegen der Beschaffenheit des Apparates doch nicht behaupten, daſs sie ganz die Grade der Genauigkeit haben, die nöthig ist, um eine mathematische Theorie durch sie einer Probe zu unterwerfen. Indeſs ist doch dadurch der Satz auch empirisch bewiesen, daſs zwei Körper, die im ruhenden Zustande mit gleicher Kraft auf eine Magnetnadel wirken, bei der Bewegung hierin einen Unterschied zeigen, und das war es, was ich eigentlich zu leisten mir vornahm.

X.

Über die Beobachtungen und Versuche, welche zur Bestimmung der täglichen Variationen und der Intensität der Magnetnadel von Capitän *Parry*, den Lieutenants *Ross* und *Foster* auf *Parry's* dritter Reise angestellt wurden,

von

Peter Barlow.

(Edinb. phil. journ. 4. p. 347.)

Die Versuche, von denen hier die Rede ist, wurden unter so günstigen Umständen in Betreff der Localität, der Instrumente und der Beobachter angestellt, daſs sie jeden in hohem Grade interessiren müssen, der diesem wichtigen Theile der Naturwissenschaft einige Aufmerksamkeit widmet. Kein Platz dürfte besser zu

solchen Versuchen geeignet seyn, als *Port Bowen*, in einer nördlichen Breite von 73°, 14′ und in einer westlichen Länge von 88°, 54′, wo die Magnetnadel eine Neigung von 88°, 1′ hat und daher der magnetische Pol nicht fern, aber doch weit genug entfernt war, um den Magnetnadeln ihre natürliche Richtkraft zu lassen, die sie in gröſserer Nähe dieses Poles wahrscheinlich eingebüſst hätten. Jedes der Instrumente, das man gebrauchte, war von einem der ausgezeichnetsten Künstler London's verfertiget, und von den oben genannten Männern gehandhabt, deren Namen allein schon für die Genauigkeit bürgen; diese wurden überdieſs noch auf das bereitwilligste von den anderen Officieren der Expedition unterstützt.

Die Beobachtungen fingen am 10. December 1824 an und dauerten bis zum Ende Mai 1825; während eines groſsen Theils dieser Zeit befand sich die Sonne unter dem Horizont, das Thermometer stand oft 40° (F) unter 0, der Beobachtungsplatz war eine weit vom Schiffe entfernte Hütte, wo kein Eisen auf die Magnetnadel einwirkte; alle Beobachtungen wurden sorgfältig zu jeder Stunde angestellt und alsogleich in ein Tagebuch eingetragen. Alles dieses zusammen gibt diesen Beobachtungen einen hohen Grad der Wichtigkeit, und ich glaube, *Barlow* verdiene groſsen Dank, daſs er diese Untersuchungen in Kürze, in der oben genannten Quelle aus dem Originalwerke darstellte, und halte diese Darstellung auch der Aufmerksamkeit deutscher Leser werth. Darum ich sie hier folgen lasse:

L. Foster hat gleich nach seiner Abreise von England Beobachtungen über die tägliche Variation der Magnetnadel angestellt, so oft es sich thun lieſs. Dieses geschah zuerst auf den Wallfisch-Inseln während der Übernahme des Proviantes von den die Expedition dahin

begleitenden Schiffen. Diese Versuche dauerten nur drei Tage, gewähren daher keine so sicheren Resultate, als zu wünschen wäre; doch stimmen sie, was die Gröſse und Zeit der gröſsten westlichen Abweichung an jedem Tage anbelangt, sehr gut mit einander überein; nur die kleinste westliche und die gröſste östliche Variation trat in der Nacht ein, und wurde nicht beobachtet. Die gröſste tägliche westliche Abweichung betrug 23′ und fing um 1° 10′ v. M. an, zu welcher Zeit die Sonne westlich vom Compaſs stand; die mittlere Abweichung war 70° 2′ W. und die Neigung 82° 53′. Nach diesen Beobachtungen fand *Foster* keine Gelegenheit zu dergleichen mehr, als bis er in *Port Bowen* anlangte; da fingen, wie oben gesagt wurde, die Beobachtungen am 10. December mit *einer* Magnetnadel an. Erst mit dem neuen Jahre begann die groſse Reihe dieser Observationen, mit zwei Nadeln, aus denen man bald abnahm, daſs die Magnetnadel innerhalb 24 Stunden zwei Mal einen gewissen Punct passirt, der *Nullpunct* genannt werden soll, und durch den der mittlere eigentliche Meridian geht. Nur an einem Tage, nämlich am 24. Februar, langte eine der beiden Nadeln (Nro. 2) bei ihrer östlichen Bewegung nicht an diesem Puncte an. Die Zeit, in welcher die Magnetnadel durch diesen Punct geht, war nach viermonatlichen ununterbrochen fortgesetzten Beobachtungen im Durchschnitte 6 Uhr 15 Minuten vor Mitternacht und 4 Uhr 37 Minuten nach Mitternacht. Für jeden Monat ergab sich diese Zeit wie folgt:

1825	V. M.	N. M.
Jänner . .	6 U. 0 M.	4 U. 0 M.
Februar .	6 — 30 —	4 — 0 —
März . .	5 — 30 —	5 — 0 —
April . .	7 — 00 —	5 — 30 —
Mittelwerth	6 — 15 —	4 — 37 —

Die gröſste westliche Abweichung fand nach 120-tägigen Beobachtungen im Allgemeinen zwischen 10 U. v. M. und 1 U. n. M., also im Durchschnitte um 11 U. 49 M. v. M. Statt. die kleinste westliche Abweichung, d. i. die gröſste Abweichung des Nordendes der Magnetnadel gegen Osten trat zwischen 8 U. n. M. und 2 U. v. M., also im Mittel um 10 U. 1 M. n. M. ein. In wenigen Fällen herrschte das Maximum der westlichen Abweichung nahe um 8 U. v. M. und höchstens um 3 U. n. M., auf gleiche Weise fand man nur in wenigen Fällen die gröſste östliche Abweichung um 2 U. und um 3 U. n. M. In allen diesen anomalen Fällen erkannte man aus gleichzeitig angestellten Versuchen über die Schwingungen einer horizontal schwebenden Nadel, daſs die Anomalie aus einer ungewöhnlichen Änderung der Intensität der magnetischen Kraft herrühre, wodurch eine Ablenkung hervorgebracht wird, welche der durch den ordentlichen Gang der Dinge bewirkten entgegengesetzt ist.

Die tägliche Änderung in der Richtung der Magnetnadel war selten kleiner als ein Grad, manchmal stieg sie bis 5, 6, oder gar bis 7 Grade. Es konnte nicht bezweifelt werden, daſs diese Unterschiede mehr oder weniger von der Position oder dem Einflusse der Sonne oder des Mondes auf den Erdmagnetismus herrühre; jedoch ist die Bestimmung des Gesetzes, nach dem dieser Einfluſs wirkt, eine delicate und verwickelte Sache.

Die Beobachter haben zwar die Resultate ihrer stündlichen Beobachtungen in Tafeln dargestellt, die 40 Quartseiten einnehmen; *Foster* hat aber später eine Übersicht derselben gegeben, aus der *Barlow* folgende entnahm, die man leicht versteht.

Jänner 1825.

Zeit	Maximum.		Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft		Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	West-lich v. M.	Öst-lich n. M.		beim westl. Maxim.	beim östlich. Maxim.		
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	13. 0	12 0	1 20½	—26	—26¼	Keines.	O. hell.
2	11 50	19 10	0 53	27	29½	—	O. hell.
3	10. 0	12 0	0 50	28	34	—	O. dünne Wolken und Nebel.
					33	—	
4	10.10	3 0	0 56½	26			O. Nebel.
5	11.10	12 0	2 33	32½	36	—	NO. theilweise Nebel.
					34	—	
6	9.45	11 5	2 50	29½			O. theilweise Nebel.
7	9-20	12 0	2 3	36	32	—	O. hell.
8	—	—	—	—	—	—	O. Nebel mit Sturm.
9	—	—	—	—	—	—	O. hell.
10	13 0	9 3	1 23	33	37	—	O. ruhig und hell.
11	12 0	13 7	2 1½	35	38	—	O. ruhig und hell.
12	10 10	13 10	0 51	16	38½	Sichtbar.	O. ruhig und wolkenlos.
					16½	Keines.	
13	13 0	11 10	1 0½	18			NW. wenige lichte Wolken.
					20	—	
14	13 20	11 10	1 22	25			OSO. Nebel mit Sturm.
					27	Sichtbar.	
15	12 15	14 17	4 13	31			OSO. starker Nebel.
16	12 10	11 10	2 25½	26½	35	—	O. dichter Nebel.
17	8 10	10 15	2 29	24	27	—	NO. hell.
18	12 10	6 15	2 56	23	22½	—	NO. bewölkt.
19	14 10	14 10	1 56	28	23	Nicht sichtb.	NO. sehr neblig.
20	13 55	5 10	1 8	30	28	Sichtbar.	NO. hell.
21	13 40	6 5	1 17½	27	31½	—	NNO. sehr neblig.
22	12 55	12 5	1 20½	32	29	—	NNO. bewölkt.
23	12 20	8 5	1 16	34½	33½	Nicht sichtb.	NNO. neblig.
24	11 11	13 10	1 3½	40	36	Sichtbar.	NO. heiter.
25	15 10	10 5	1 12½	29	34	Nicht sichtb.	S. sehr heiter.
26	10 7	14 5	2 0	31	26½	Sichtbar.	S. sehr heiter.
27	13 10	15 5	1 55	25½	33	—	NW. Nebel und Sturm.
28	12 0	6 10	0 44	29	27	—	NW. Nebel und Sturm.
29	11 3	2 2	1 5	27	28½	—	NNW. dichter Nebel,
30	12 0	10 5	1 31½	29	31	—	O. überzogen.
31	8 5	6 10	0 26	32½	36	Nicht sichtb.	O. dichte Wolken.
Mittel	11 46	10 50	1 37¼	28½	30		

Februar 1825.

Zeit	Maximum. West-lich v. M.	Maximum. Öst-lich n. M.	Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft beim westl. Maxim.	Temperatur der Luft beim östlich. Maxim.	Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	12 0	11 57	0 39	—33	—36	Nicht sichtb.	O. heiter.
2	12 3	4 0	0 52½	40	41½	—	O. heiter.
3	11 4	3 4	0 17½	32	26½	—	O. unten neblig.
4	14 0	13 0	0 54	24½	26	—	O. unten neblig.
5	11 4	2 0	1 14½	25	26	—	ON. bewölkt.
6	12 4	6 0	1 27	16	19	Sichtbar.	N. heiter und stürmisch.
7	14 0	10 0	0 46½	22½	29	Nicht sichtb.	O. heiter.
8	7 58	13 57	1 10½	32	39½	—	O. ruhig und heiter.
9	10 58	12 6	0 51½	39	39½	—	O. ruhig und heiter.
10	6 57	10 58	0 47	38	31½	—	O. ruhig und heiter.
11	14 10	13 32	3 53	31½	20	Sichtbar.	NW. wenige lichte Wolken.
12	13 25	12 0	2 46	11½	9	—	OSO. neblig und stürmisch.
13	14 15	13 3	2 25	14	24	—	OSO. sehr neblig.
14	12 33	10 43	5 0	21½	33	—	NO. dichter Nebel.
15	12 28	13 8	4 25	30½	33	—	N. dichter Nebel.
16	13 58	13 0	1 41	34	29½	—	NNW. unten neblig.
17	14 12	13 0	2 46	16½	25	Nicht sichtb.	N. dünne Wolken.
18	12 0	17 3	0 48½	26	32	—	OSO. heiter.
19	10 58	14 4	1 55	29	37	Sichtbar	NO. heiter.
20	12 18	10 0	1 41	34½	40½	—	NO. heiter.
21	7 0	14 10	1 53½	42	33	—	W. unten Nebel.
22	10 56	13 58	2 10½	31	29	—	W. ruhig und heiter.
23	10 48	13 8	1 46½	25	27	—	OSO. neblig.
24	10 14	12 58	0 19½	29	29	—	O. überzogen.
25	10 5	13 6	0 45	31½	27	—	O. heiter,
26	13 5	11 0	1 24½	17	8½	Nicht sichtb.	O. heiter und stürmisch.
27	13 9	9 50	0 44	8½	13	—	O. dichter Nebel.
28	12 2	14 2	0 19½	22	22½	—	N. heiter.
Mittel	11 46	11 23	1 38	—26.9	—28.0		

März 1825.

Zeit	Maximum. Westlich v. M.	Maximum. Östlich n. M.	Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft beim westl. Maxim.	Temperatur der Luft beim östlich. Maxim.	Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	11 2	4 58	1 56½	—33	—38	Nicht sichtb.	Veränderlich, Nebel und Sturm.
2	10 5	10 50	1 2½	45	41	—	O. bewölkt.
3	11 22	11 58	2 29½	26	26	—	O. hell.
4	12 4	9 35	2 0	30	34	—	O. bewölkt.
5	10 33	3 2	1 10½	29	30	—	O. v. M. neblig n. M. hell.
6	7 3	10 58	1 26½	23	39	—	S. neblig und stürmisch.
7	10 25	12 50	1 12	26	31	—	W. v. M. neblig n. M. hell.
8	11 58	10 40	1 31½	26	32	—	O. bewölkt.
9	10 0	3 0	1 7½	27	26	Sichtbar.	O. hell.
10	10 7	7 3	1 17½	28	33	—	O. hell.
11	11 35	11 0	3 39½	31	37	Nicht sichtb.	O. hell.
12	11 6	12 3	2 13½	31	33	—	O. ruhig und hell.
13	12 23	13 3	3 18½	32	35	—	O. ruhig und hell.
14	12 33	17 8	3 20	30	33	—	O. ruhig.
15	16 30	7 10	1 15½	24	25	—	O. hell.
16	14 8	13 33	1 51½	25	27	—	NW. nebl. u. stürmisch.
17	10 3	9 24	1 4½	24	27	—	NW. nebl. u. stürmisch.
18	12 38	13 5	3 7	20	22	—	NW. nebl. u. stürmisch.
19	13 9	10 18	5 26	21	22	—	NW. überzogen.
20	11 48	16 0	4 11	20	26	—	NW. überzogen.
21	7 55	13 3	2 54	25	35	—	NW. überzogen.
22	11 46	14 5	1 50	16	34	—	O. heiter.
23	13 18	13 32	2 40	26	37	—	O. sehr rein.
24	9 28	13 8	1 52	32	39	—	O. ruhig.
25	10 4	3 3	1 32	32	30	—	O. veränderlich am Horizont, neblig.
26	10 33	15 4	1 6	24	24	—	N. veränderlich am Horizonte, neblig.
27	13 0	13 5	1 59	15	25	—	N. neblig.
28	13 12	10 30	0 56½	18	23	—	NW. überzogen.
29	10 3	1 28	2 37½	22	19	—	O. wolkig.
30	9 58	13 3	2 21½	25	35	—	O. heiter.
31	12 2	3 38	3 42	26	36	—	O. heiter.
Mittel	11 25	10 43	2 14½	—26.2	—30.7		

April 1825.

Zeit	Maximum Westlich v. M.	Maximum Östlich n. M.	Tägliche Änderung	Temperatur der Luft beim westl. Maxim.	Temperatur der Luft beim östlich. Maxim.	Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Gr. M	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	12 58	11 5	4 4	—25	—35	Nicht sichtb.	O. heiter.
2	10 55	13 0	2 0½	25	29	—	O. v. M. heiter n. M. neblig.
3	10 0	17 7	2 24½	23	28	—	O. nebl. etwas Schnee.
4	12 3	2 0	2 48½	19	20	—	O. Ruhig und heiter.
5	9 35	12 0	2 28½	26	25	—	O. heiter.
6	10 0	3 0	2 39½	26	28	—	O. heiter.
7	14 2	13 3	3 16½	20	29	—	O. heiter.
8	13 2	11 12	4 39½	17	25	—	O. heiter.
9	13 2	14 57	5 58	14	18	—	O. heiter.
10	—	—	—	—	—	—	O. heiter.
11	13 0	12 3	4 3	4	+ 2	—	NNO. heiter.
12	13 8	18 1	2 9½	+15	— 3	—	NNO. neblig und stürmisch.
13	13 30	15 7	2 2½	3	—16	—	NNO. wolkig.
14	12 30	11 0	4 34	5	—14	—	NNO. ruhig und neblig.
15	11 0	3 0	1 21½	— 8	— 6	—	NNO. ruhig und neblig.
16	2 0	11 7	3 4½	+15	5	—	O. heiter.
17	12 0	12 4	4 17½	26	+ 8	—	O. heiter.
18	6 0	2 32	2 39½	— 8	2	—	O. v. M, hell n. M. neblig.
19	13 0	14 2	1 51½	+ 2	2	—	O. neblig.
20	11 52	9 35	2 13½	14	8	—	O. neblig.
21	12 60	17 0	2 30½	17	1	—	O. bewegt.
22	12 42	3 0	3 4	19	15	—	S. bewegt.
23	14 4	13 5	2 43½	11	7	—	S. neblig mit Schnee.
24	9 30	15 4	1 19	3	1	—	NW. nebl. mit Schnee.
25	12 50	13 5	3 41½	15	1	—	NW. bewegt.
26	10 4	10 3	2 6	6	2	—	Veränderlich, bewegt.
27	11 2	12 4	2 15	12	Zero	—	S. neblig mit Schnee.
28	11 2	11 58	1 52½	11	— 4	—	O neblig mit Schnee.
29	6 3	2 12	2 8½	Zero	+17	—	O. v. M. rein n. M. neblig.
30	13 28	12 0	2 38½	+ 2½	— 5	—	N. bewegt.
Mittel	11 13	11 13	2.52.44	—10.8	—10.8		

May 1825.

Zeit	Maximum. Westlich v. M.	Maximum. Östlich n. M.	Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft beim westl. Maxim.	Temperatur der Luft beim östlich. Maxim.	Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	12 3	10 3	1 55	+11	+ 3	Nicht sichtb.	W. neblig etwas Schnee.
2	14 4	11 53	1 24½	9	3	—	O. stürmisch.
3	9 33	14 10	1 43	9	3	—	SW. viele Regengüsse.
4	13 10	5 33	5 10	13	12	—	SW. wolkig, Sturm.
5	13 3	12 3	4 58	9	1	—	O. heiter.
6	13 2	10 30	5 43½	20	10	—	W. neblig.
7	13 29	14 11	5 25	20	12	—	O. bewegt.
8	13 28	14 0	4 45½	21	12	—	O neblig mit Schnee.
9	13 2	14 30	4 23	25	14	=	W. neblig mit Schnee.
10	13 2	14 6	2 43½	11	4	—	W. neblig mit Schnee.
11	9 28	12 2	1 59½	9	3	—	W. neblig mit Schnee.
12	13 30	13 0	3 18½	15	7	—	W. neblig mit Schnee.
13	13 33	2 59	4 59	21	21	—	W. neblig mit Schnee.
14	6 2	12 2	2 36	9	18	—	W. neblig mit Schnee.
15	15 2	13 15	1 34½	33	14	—	W. neblig mit Schnee.
16	14 20	9 3	3 41½	22	16	—	W. neblig mit Schnee.
17	15 4	14 0	3 42	27	18	—	NO. neblig mit Schnee.
18	6 0	3 3	3 33	27	21	—	N. neblig mit Schnee.
19	14 32	14 4	4 52½	22	14	—	O. neblig mit Schnee.
20	14 0	9 6	4 46½	31	17	—	O. bewölkt.
21	15 0	17 0	4 50½	29	19	—	O. bewölkt.
22	10 32	2 4	3 58½	26	27	—	O. lichte Wolken.
23	13 35	14 2	4 26½	18	10	—	N. Schnee.
24	9 38	18 2	4 10½	19	19	—	N. ruhig und heiter.
25	11 3	14 33	3 55	25	21	—	N. bewölkt.
26	12 2	14 3	3 59½	32	21	—	N. wolkig.
27	12 0	—	—	—	—	—	N. neblig und stürmisch.
28	12 4	10 0	3 41	33	26	—	W. neblig und stürmisch.
29	12 3	1 0	1 11	27	25	—	SO. wolkig.
30	13 3	14 33	5 13	38	27	—	OSO. wolkig.
31	14 3	14 34	3 40	35	25	—	OSO. heiter.
Mittel	12 25	11 19	3 44	18. 2	14. 8		

Zur besseren Übersicht stellt folgende Tafel die Mittel-Resultate für jeden Monat dar:

	Zeit: des Maxim. der westl. Abweich.	Zeit: des Maxim. der westl. Abweich.	Mittlere tägliche Variation.	Mittlere Temperatur.
	V. M.	N. M.		
Jänner . .	11U. 46′	10U. 50M.	1° 37′	— 29° 1/4
Februar .	11 46	11 23	1 38	— 27 1/2
März . .	11 25	10 43	2 14	— 28 1/2
April . .	11 13	11 13	2 52	— 10 4/5
May. . .	12 25	11 15	3 44	+ 16 1/2

Folgende Tafel enthält die Mittelwerthe der Intensität des Erdmagnetismus, wie sie sich aus Versuchen über die Zeit, welche eine horizontal schwebende Nadel zu 60 Oscillationen brauchte, ergaben. Es muſs aber bemerkt werden, daſs diese Magnetnadel am 1. Mai wieder gestrichen wurde, deſshalb ist dieser Monat bei Berechnung des allgemeinen Mittelwerthes ausgelassen worden.

Stunde v. M.	Februar	März	April	Mai	Allgemeines Mittel
	Mittelwerth der Zeit von 60 Schwingungen.				
1	1076″.8	1079″.1	1098″.9	916″.4	1086″.6
2	1073 .5	1083 .1	1100 .7	—	1089 .4
3	1075 .7	1082 .1	1102 .7	930 .7	1089 .1
4	1080 .7	1084 .8	1102 .7	—	1081 .1
5	1082 .5	1082 .8	1101 .7	923 .2	1090. 3
6	1082 .1	1082 .4	1105 4	—	1090 .6

Stunde v. M.	Februar	März	April	Mai	Allgemeines Mittel.
	Mittelwerth der Zeit von 60 Schwingungen.				
7	1082″.8	1082″.9	1108″.2	922″.6	1092″.6
8	1082 .9	1083 .1	1109 .1	—	1093 .4
9	1080 .9	1084 .7	1108 .1	927 .5	1094 .2
10	1079 .5	1081 .7	1107 .1	—	1091 .4
11	1077 .5	1081 .9	1101 .9	923 .0	1089 .0
12	1077 .1	1077 .4	1093 .3	—	1084 .6
n. M. 1	1075 .1	1074 .0	1092 .5	914 .4	1080 .5
2	1072 .7	1072 .9	1106 .6	—	1084 .1
3	1077 .9	1076 .4	1110 .2	905 .2	1087 .6
4	1077 .4	1073 .6	1090 .9	—	1080 .6
5	1073 .6	1073 .4	1094 .0	905 .4	1081 .7
6	1073 .5	1072 .1	1090 .7	—	1078 .8
7	1074 .2	1072 .0	1089 .2	904 .4	1079 .1
8	1073 .8	1074 .0	1088 .7	—	1079 .7
9	1075 .1	1074. 5	1091 .2	906 .0	1080 .8
10	1073 .8	1074. 8	1092 .1	—	1081 .3
11	1075 .1	1075 .9	1093 .3	911 .6	1081. 3
12	1076 .3	1077 .1	1096 .1	—	1083 .9

Die Beobachtungen über die Intensität des Erdmagnetismus wurden mit besonderer Genauigkeit angestellt. Man sah bald, wie auch die vorhergehende Tafel zeigt, daſs sich die Intensität der horizontal schwingenden Nadel stündlich ändert, man war aber noch darüber im Zweifel, ob diese Variation von der Änderung in der Stärke des Erdmagnetismus, oder von der Änderung der Neigung abhänge. Da die Kraft der Nadel wie der Cosinus ihrer Neigung sich ändert, so kann an einem Orte, wo die Neigung groſs ist, eine Änderung der Neigung

von wenigen Minuten hinreichen, um alle bemerkten Variationen der Stärke, welche die horizontale Nadel anzeiget, hervor zu bringen, ohne daſs man eine Änderung in der Stärke des Erdmagnetismus anzunehmen braucht. Allein die Änderung in der Neigung war doch zu klein, als daſs sie durch Beobachtungen bestimmt werden könnte. Es wurde deſshalb dieselbe Nadel so eingerichtet, daſs sie bald in einer horizontalen, bald in einer verticalen Ebene oscilliren konnte, um zu sehen, ob sich in beiden Lagen die Änderung in der Intensität zeige, wie sie sich ergeben muſste, wenn wirklich der Erdmagnetismus einer stündlichen Änderung der Intensität unterliegt. Es konnten zwar nicht sehr viele Versuche dieser Art gemacht werden, allein die wirklich angestellten schienen anzuzeigen, daſs die Änderungen in der Stärke der horizontal schwebenden Magnetnadel mit mehr Grund einer täglichen Variation in der Neigung zugeschrieben werden, als man sie auf Rechnung der Änderung des Erdmagnetismus setzt. Dieses stimmt auch mit den in Europa gemachten Erfahrungen recht wohl überein, nach welchen man auch eine stündliche Änderung in der Stärke einer horizontalen Magnetnadel bemerkte, die aber viel kleiner ist, als die zu *Port Bowen.* Ginge nun die tägliche Variation von einer Änderung der Neigung aus, welche täglich 3, 4 oder 5 Minuten beträgt, so müſste obige Variation desto kleiner werden, je geringer die Neigung ist; kommt sie aber von einer wirklichen Änderung in der Stärke des Erdmagnetismus her, so müſste sie auf der ganzen Erde gleich groſs ausfallen. Letzteres ist aber der Erfahrung entgegen.

Die Magnetnadel brauchte zu 100 Oscillationen in einer horizontalen Ebene im Durchschnitte aus 17 Beobachtungen 2092.33 Secunden, und die Differenzen, welche in der Schwingungszeit vorkamen, beliefen

sich auf 94.3 S. d. i. auf $^{1}/_{22}$stel des ganzen Werthes, während dieselbe Nadel zu eben so vielen Schwingungen in einer verticalen Ebene 408.65 S. im Durchschnitte brauchte, und die gröfste Differenz nur 57 S. oder $^{1}/_{72}$ des ganzen Werthes betrug. Darum mufs man die stündliche Änderung in der Stärke der horizontal schwingenden Magnetnadel hauptsächlich auf Rechnung der veränderten Neigung und nicht auf Rechnung der Änderung des Erdmagnetismus setzen. Dieses führt nun leicht auf den Gedanken, dafs die magnetische Axe der Erde einer kleinen Verrückung unterliegen und ihr Pol um seinen mittleren Ort wie um einen Mittelpunct sich bewegen müsse, welches wahrscheinlich durch den verschiedenen Stand der Sonne gegen einzelne Theile der Erde hervor gebracht wird. Es ist auch nicht minder wahrscheinlich, dafs selbst die jährliche Änderung in der Lage der magnetischen Pole von derselben Ursache herrührt. *L. Foster* meint, dafs sich alle Phänomene der täglichen Variation, die man in Europa und innerhalb der Wendekreise beobachtet hat, mit hinreichender Schärfe erklären lassen, wenn man annimmt, dafs der Radius des Kreises, welchen der magnetische Pol der Erde täglich um seinen mittleren Ort beschreibt, auf der Erde einen Bogen von 2′ oder 2$^{1}/_{2}$′ fafst.

Barlow meint aber, man müsse diesem Radius eine Gröfse von 2$^{1}/_{2}$′ bis 3′ geben, um diese Hypothese mit den Beobachtungen in Übereinstimmung zu bringen. Es folgt aus dieser Hypothese zunächst, dafs die tägliche Änderung der Intensität in unserer Halbkugel gröfser ist, wenn die Sonne eine nördliche Abweichung hat, als wenn diese südlich ist, weil sie sich im ersteren Falle dem magnetischen Pol mehr nähert, als im letztern; wie aber immer ihr Einflufs beschaffen seyn mag, so kann man doch annehmen, dafs die Wirkung gröfser

ausfällt, wenn sie directe erfolgt, ein Umstand, den die Erfahrung vollkommen bestätiget. Doch gibt es einen Punct, welcher der hier aufgestellten Theorie ganz entgegen zu seyn scheint; nämlich wiewohl die tägliche Änderung der Intensität der Magnetnadel gröſser ist, wenn die Sonne eine nördliche Abweichung hat, so sollte doch der Mittelwerth der täglichen Intensität immer nahe derselben seyn; aber die vorhin angeführten Tafeln zeigen deutlich, daſs dieser Werth vom 1. Jänner, wo die Versuche begannen, bis zum letzten April beständig abnahm, ohne daſs man diese Abnahme auf Rechnung der Temperatur setzen kann, die sich viel zu wenig änderte, als daſs daraus solche Wirkungen hervorgehen konnten. Diese Anomalie, die einzige, die *Foster* aufstieſs, konnte auch daher kommen, daſs die magnetische Kraft der Nadel abgenommen hatte; dieses wurde dadurch noch wahrscheinlicher gemacht, daſs sie durch neues Bestreichen am 1. Mai so viel an Intensität gewann. Dieses hätte nicht geschehen können, wenn sie im Zustande der Sättigung geblieben wäre.

Durch diesen Umstand verlieren aber die Beobachtungen der täglichen Änderungen nichts von ihrem Werthe, weil sie zu klein sind, als daſs sie hätten durch diese Ursache merklich gestört werden können.

Beobachtungen, welche über denselben Gegenstand in den Wallfisch-Inseln angestellt wurden, deren Anzahl aber gegen die vorige nur gering ist, sind obiger Hypothese sehr günstig. Dieser Hypothese nach müſste die Magnetnadel daselbst um 1 U. 32 M. n. M. die gröſste westliche Abweichung haben; nach den Beobachtungen fiel diese zwischen 1 U. 10 M. und 1 U. 30 M. Eben so gibt die Rechnung für die gröſste Änderung nach einer Seite des Meridians 32′ — 38′, und die beobachtete betrug 23′. Hätte man die gröſste östliche

Abweichung dazu genommen, die in die Nacht fiel, so hätte man gewiſs eine noch gröſsere Übereinstimmung der Resultate erhalten.

XI.

Christie's Versuche über den Einfluſs des Sonnenlichtes auf Magnete, nebst Wiederholung derselben,

von

A. Baumgartner.

Im vorigen Aufsatze hat der Leser die nicht unwahrscheinliche Hypothese kennen gelernt, nach welcher die täglichen Variationen in der Abweichung einer Magnetnadel von der Einwirkung der Sonne abhängen sollen. Wiewohl diese Annahme erst noch weiter geprüft werden muſs, um zu sehen, ob sich aus ihr die betreffenden Erscheinungen auch ihrer Gröſse und ihrem Maſse nach erklären lassen, so kann man doch vor der Hand nichts gegen sie einwenden, so lange man nicht auf mathematischem Wege nachgewiesen hat, sie sey mit den Thatsachen der Erfahrung unvereinbarlich. *Christie* hat noch eine andere Einwirkung des Sonnenlichtes auf die Magnetnadel kennen gelernt, und darüber schon am 19. Jänner 1826 in der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu London eine Abhandlung vorgelesen, die im dritten Theile der *Philosophical transactions* derselben vom Jahre 1826, nebst einer Nachschrift vom 20. April desselben Jahres, enthalten ist. Diese Einwirkung besteht in der Verminderung des Elongationswinkels der Magnetnadeln, die, vom directen Sonnenlichte beschie-

nen, oscilliren. Es ist bekannt, dafs *Christie* schon früher Versuche angestellt hat über die durch Temperaturerhöhung hervorgebrachte Verminderung der Stärke der Anziehung und Abstofsung, welche zwei Magnete auf einander ausüben. Er hatte nun die Absicht, zu untersuchen, ob die Erwärmung auch auf die Schwingungszeit einer oscillirenden Magnetnadel den Einflufs ausübe, der sich aus den vorigen Versuchen vermuthen liefs, und den *Kupfer* in Kasan auf dem Erfahrungswege schon früher nachgewiesen hatte, von welchem Verfahren aber *Christie* keine Notitz nimmt. Um seinen Zweck zu erreichen, liefs er eine Magnetnadel in einem beschatteten, und dann in einem von der Sonne beschienenen Orte oscilliren, und schätzte die Temperatur derselben nach dem Stande eines nahe dabei befindlichen Thermometers. Das Resultat des Versuches war dem, das man erwartete, ganz entgegengesetzt; denn statt einer Verlängerung der Schwingungszeit in dem von directen Sonnenstrahlen getroffenen Orte, wo die Magnetnadel offenbar wärmer war, und, den früheren Versuchen gemäfs, eine geringere Intensität haben mufste, zeigte sich eine Verminderung dieser Gröfse, und was eigentlich hier der Hauptgegenstand ist, zugleich eine Verminderung des Ausschlagwinkels. Wenn nämlich die Magnetnadel im Schatten oscillirte, konnte man noch recht gut die funfzigste Oscillation unterscheiden, während dieses nicht über die vierzigste möglich war, wenn sie von der Sonne beschienen wurde. Wie grofs der anfängliche Ausschlagwinkel war, gibt *Christie* nicht an. Die Versuche im Schatten und in der Sonne waren aber nicht in demselben Orte angestellt, und es war sehr zu besorgen, dafs die Differenz, welche bemerkt wurde, von äufseren Einwirkungen, und, wenigstens nicht allein, vom Sonnenlichte herrühre. Darum transportirte

Christie die Magnetnadel ins Freie, und liefs sie dort oscilliren, indem er bald dem Sonnenlichte directen Zutritt gestattete, bald dasselbe durch einen Schirm abhielt. Die Magnetnadel war 6 engl. Zoll lang, wog 42.75 Gran, und befand sich in einem kupfernen Gehäuse mit einem gläsernen Deckel. Sie war an einem feinen Faden aufgehängt, und begann mit einem Ausschlagwinkel von 30° zu oscilliren. Folgende Tafel gibt die Resultate der Versuche:

Die Nadel ward beobachtet	Thermometerstand nach F.	Dauer von 50 Oscillationen.	Gröfse des Ausschlags bei der 50sten Oscillation.
im Schatten .	60.9	118.6 Sec.	Nicht beobachtet.
in der Sonne .	91.5	118.0 »	detto.
im Schatten .	76.0	118.8 »	5° 00′
in der Sonne .	75.3	118.0 »	2° 30′
in der Sonne .	90.4	118.4 »	2° 45′
in der Sonne .	91.4	118.0 »	2° 30′
in der Sonne .	89.4	118.4 »	2° 30′
im Schatten .	81.6	118.7 »	4° 45′

Die Verminderung des Ausschlagwinkels durch directes Sonnenlicht scheint demnach aufser Zweifel zu seyn; allein es blieb noch immer die Frage übrig, ward sie durch das Licht als solches, oder durch die von den Sonnenstrahlen hervorgerufene Wärme erzeugt? Um diese Frage zu beantworten, brachte *Christie* die Magnetnadel in einen beschatteten Raum, versetzte sie in Schwingungen, und beobachtete sowohl die Dauer von vierzig Oscillationen, als auch den Ausschlagwinkel am Ende der letzten Schwingung; dann erwärmte er das

Compasgehäuse über Feuer so stark, daſs er es kaum mehr in der Hand halten konnte, und begann den Versuch wieder von Neuem. Allein hier war wohl die Intensität des Magnetismus der Nadel vermindert, aber keine besondere Einwirkung auf den Schwingungsbogen merklich. Ja es zeigte sich mehr eine Vergröſserung dieser Gröſse durch Temperaturerhöhung als eine Verminderung; welches aber, wie *Christie* später zeigte, von besonderen Umständen abhing, und nicht dem Einflusse der Wärme zugeschrieben werden kann.

Wenn nun auch bewiesen war, daſs obige Verminderung des Ausschlagwinkels nicht von der Temperaturerhöhung herrühre, so glaubte *Christie* doch noch andere Versuche anstellen zu müssen, bei denen alles Metall möglichst entfernt war, und wo nicht bloſs Magnetnadeln, sondern auch Nadeln aus Kupfer und aus Glas oscillirten. Es wurde demnach das Gehäuse für die oscillirenden Nadeln aus Mahagoniholz gemacht, oben mit Glas bedeckt, und die Scale auf Papier angebracht. Alle drei Nadeln hatten einerlei Gestalt, ihre Länge betrug 6 Zoll, ihre Breite in der Mitte 1.5 Z., ihre Enden waren nahe kreisförmig gekrümmt. Die Magnetnadel wurde an einem sehr feinen Metallfaden von $^1/_{300}$ — $^1/_{400}$ Dicke (Nro. 35) und 10 Z. Länge aufgehängt. Die Kupfernadel hing an einem eben so langen, aber dickern (Nro. 18), und die Glasnadel an zwei solchen Fäden. Die letztern zwei oscillirten vermöge der Torsion des Drahtes. Alle drei Nadeln wurden anfangs um 90° aus der Lage des Gleichgewichtes gebracht, und auf beiden Seiten dieser Lage der Ausschlagwinkel gemessen. Das Compasgehäuse ruhte auf einem zwei Fuſs vom Boden entfernten hölzernen Dreifuſs. Bei jedem Versuche wurden 100 Oscillationen abgewartet. Die Resultate derselben sind folgende:

Oscillirende Nadel.	Anfänglicher Schwingungsbog.	Dauer von 100 Oscillationen.	Ausschlagsbogen am Ende.	Thermometerstand.
Magnetnadel, 225 1/2 Gr. schwer.	Gr. Gr.	Min. Sec.	Gr.	Gr.
In der Sonne	90+90	5 55.4	20	100
detto.	90+89 3/4	5 55.2	19 3/4	104
detto.	90+89 3/4	5 55.1	19 1/2	106
	90+89 5/6	5 55.23	19 3/4	103.3
Im Schatten .	90+89 3/4	5 58.6	33	47
detto.	90+90	5 58.8	33 3/4	48
detto.	90+89 3/4	5 58.8	33 3/4	46 1/2
	90+89 5/6	5 58.7	33 1/2	50.5
Gläserne Nadel, 224 1/2 Gr. schwer.				
In der Sonne	90+88	6 27.2	17	96
detto.	90+88	6 27.1	18	99
detto.	90+88	6 27.2	17 3/4	100
	90+88	6 27.17	17 7/12	98.3
Im Schatten .	90+88	6 27.0	23	49
detto.	90+88	6 27.2	23	47
detto.	90+87 3/4	6 27.1	23	47
	90+88	6 27.1	22 2/3	47.7
Kupfernadel, 543 Gr. schwer				
In der Sonne	90+93	7 40.2	24	93
detto.	90+94	7 40.2	24	94
detto.	90+93 1/2	7 40.0	24	103
	90+93 1/2	7 40.13	24	98
Im Schatten .	90+93 1/2	7 39.6	30 1/4	51
detto.	90+94	7 39.4	31	49 1/2
detto.	90+93 3/4	7 39.5	31	49 1/2
	90+93 3/4	7 39.5	30 3/4	50

Aus diesen Angaben ersieht man deutlich, dafs das Sonnenlicht nicht blofs die magnetische, sondern auch die kupferne und gläserne Nadel afficirt, wiewohl die Einwirkung auf die Magnetnadel bei weitem am gröfsten ist. Bei dieser ward nämlich der Schwingungsbogen während 100 Oscillationen um 13°.75, bei der kupfernen um 5°.24, bei der gläsernen gar nur um 4°.71 im Sonnenlichte mehr vermindert als im Schatten. *Christie* meint, es liefse sich diese Einwirkung beim Glase nicht von dem Magnetismus des Glases ableiten, weil dieser Körper selbst beim Rotiren keine merkliche magnetische Einwirkung zeigt. Allein dieser Grund ist wohl nicht hinreichend, weil das Rotiren überhaupt nicht das empfindlichste Reagens auf Magnetismus ist. Wer *Arago's* Versuche über die Verminderung des Ausschlagwinkels oscillirender Magnete in der Nähe und über verschiedenen Körpern, und meine eigenen Versuche über diesen Gegenstand kennt, wird wohl zugeben, dafs auch Glas einer magnetischen Kraft fähig sey. Dadurch ist aber noch keineswegs gezeigt, dafs obige Erscheinungen von dem Magnetismus des Glases und des Kupfers abhängen, ja es dürfte überhaupt noch viel zu früh seyn, diese Erscheinungen erklären zu wollen. Vor der Hand glaube ich, dürfe man bei den Körpern, welche durch Torsion eines elastischen Fadens oscilliren, die Umstände nicht aufser Acht lassen, welche die Elasticität des Fadens ändern können; und es ist recht wohl denkbar, dafs die durch das Sonnenlicht erhöhte Temperatur der Drähte, woran die kupferne und die gläserne Nadel hing, die Elasticität derselben, oder wenigstens den Winkel vermindert habe, innerhalb welchem derselbe noch vollkommen elastisch ist. Bei der Kupfernadel ist auch die Dauer von 100 Oscillationen im Schatten wirklich etwas kürzer als in der Sonne, mithin die Erfahrung dieser

Ansicht wenigstens nicht entgegen; bei der gläsernen Nadel stimmt die mittlere Dauer der Schwingungen im Schatten mit der im Sonnenlichte besser überein, allein es ist auch der Unterschied zwischen dem gröſsten und kleinsten Schwingungsbogen kleiner.

Ich habe die hier besprochenen Versuche von *Christie* im Wesentlichen wiederholt, und seine Resultate bestätiget gefunden. Ich hing eine parallelepipedische, 4 $^1/_2$ Z. lange Magnetnadel aus Stahl in einem Glascylinder mittelst eines sehr feinen ungedrehten Leinfadens auf. Die Fassung des Cylinders war ganz von Buxbaumholz, der, auſser der Magnetnadel, nichts von Metall enthielt. Die Theilung war in das Glas mit Diamant eingeschnitten, und ging bis auf einzelne Grade. Nachdem die Magnetnadel in Ruhe gekommen war, wurde sie durch einen von auſsen genäherten Magnet aus der Lage des Gleichgewichtes gebracht, und wenn sie um 90° an einer Seite von dieser Lage abwich, die Schwingungen zu zählen angefangen, und bis zur Vollendung der zehnten Oscillation fortgefahren, nach welcher der Ausschlagwinkel wieder beobachtet wurde. Zehn Oscillationen dauerten etwa 1 $^1/_3$ M. Beim ersten Versuche, während welchem die Sonne auf die Magnetnadel schien, nahm der Ausschlagwinkel von 90° auf 14° ab; beim zweiten Versuche, der gleich darauf unter denselben Umständen gemacht wurde, von 90° auf 13 $^1/_2$°. Hierauf wurde die Magnetnadel durch ein Bret beschattet, und gleich hinter einander drei Versuche angestellt. Bei jedem derselben verminderte sich der Ausschlagwinkel von 90° auf 25°. Die Temperatur der Luft im Schatten betrug 22°.5 C., und dieselbe Temperatur mochte auch die Magnetnadel angenommen haben, wenn sie im Schatten oscillirte. Die Temperatur der Nadel möchte, der Erwärmung nach zu schlieſsen, die sie in einer Portion

Quecksilber von bekannter Temperatur hervorbrachte, 39° gewesen seyn.

Aufser der Verminderung des Ausschlagwinkels im Sonnenlichte war noch die höchst unerwartete Beschleunigung der Schwingungen in demselben bei *Christie's* Versuchen merkwürdig. *Christie* meint, es lasse sich diese Wirkung als eine natürliche Folge von der Verminderung des Ausschlagwinkels ansehen, weil, den anerkannten Gesetzen der oscillatorischen Bewegung gemäfs, ein kleinerer Bogen auch in kürzerer Zeit zurückgelegt werden mufs. Um auch über diesen Punct aus bestimmten Erfahrungen sprechen zu können, liefs er eine Magnetnadel von 252 Gr. Gewicht oscilliren. Im Schatten brauchte sie zu einer Schwingung im Durchschnitte 3.787 Secunden, wenn der anfängliche Ausschlagwinkel 90° betrug, und die Schwingungen so lange anhielten, bis er auf 33° herabgesetzt war. Begannen sie aber bei einem Ausschlag von 20°, und dauerten bis zu dem von 13°, so war die mittlere Dauer einer Schwingung 3.376 Sec. Das Thermometer stand dabei auf 64.5 F. Als derselbe Versuch in einem vom directen Sonnenlichte getroffenen Orte angestellt wurde, dauerte eine Oscillation im Durchschnitte 3.596 Secunden, wenn man sie bis zu einer Abnahme des Ausschlagwinkels von 90° auf 19 $^1/_3$ fortsetzte, hingegen betrug die Zeit einer Oscillation 3.445 Sec., wenn die Schwingungen mit 20° Ausschlag anfingen, und bis 9° dauerten.

Erweiterung der Electricitätslehre in der neuesten Zeit.

A. Erregung der Electricität durch Berührung.

1. *Bischof's und Münchow's Versuche.*

Bischof und *v. Münchow* in Bonn haben den *Volta'*schen Fundamentalversuch wiederholt und mannigfaltig abgeändert; sie gelangten aber zu Resultaten, welche den früher für richtig angenommenen entgegen waren. Sie fanden, daſs zwei homogene Metalle, mit oder ohne Harzüberzug, durch Berührung Electricität erregen, die so stark ist, daſs man sie auch schon ohne Condensator wahrnehmen kann, und daſs von einem Plattenpaar, deren eines aus Zink, das andere aus Kupfer besteht, ersteres negativ, letzteres positiv electrisch wird.

2. *Pfaff's Kritik derselben.*

Pfaff *) in Kiel hat diese interessanten Versuche wiederholt, dieselben Resultate gefunden, aber sie von einem andern Gesichtspuncte aus beurtheilt. Nach seiner Ansicht spricht sich hiebei nicht bloſs die durch Berührung erregte, sondern auch die durch Reiben entwickelte Electricität aus, und der Apparat, wodurch diese Electrisirung erzeugt war, wirkt zugleich als Condensator. Diese seine Ansicht begründet er sehr wohl. Wurde eine Zinkplatte und eine Kupferplatte mit Firniſs dünn und gleichförmig überzogen, und dann beide mit der Harzschichte in Berührung gebracht, so fand er, wenn er beide mit den Fingern berührt, und dann von einander getrennt hatte, dieselben stark electrisch, und zwar das Kupfer gewöhnlich positiv, das Zink negativ;

*) *Schweigger's* Journal, B. 16, S. 129.

jedoch in dem Falle bedeutend stärker, wenn er die Platten an den überfirnifsten Stellen an einander gerieben hatte. Berührte er die beiden Metallplatten zugleich mit einem Metallbogen, so nahm die electrische Spannung beider ab. Demnach ist es wahrscheinlich, dafs sich zu der durch Reiben erzeugten Electricität noch die durch Berührung erregte gesellte; weil sie aber von entgegen gesetzter Natur waren, so verminderte eine die andere, und es blieb nur ein Theil der gröfseren Spannung zurück, die natürlich der Reibungselectricität zugehörte. Noch mehr Bestätigung erhielt diese Ansicht dadurch, dafs *Pfaff* manchmal durch Reiben die Kupferplatte negativ und die Zinkplatte positiv machen konnte, und in diesem Falle die Berührung beider Metallplatten mit einem Metalldrathe die electrische Spannung steigerte. Dafs bei diesen Versuchen beide Platten zugleich condensirend wirken mufsten, fällt in die Augen. Indefs haben *Bischof* und *Münchow* auch an zwei sich berührenden, wohl abgeschliffenen, nicht überfirnifsten Kupferplatten ähnliche Phänomene hervor gebracht, wie an den mit Firnifs überzogenen. Allein sie führten selbst an, dafs in diesem Falle die Electricität sehr schwach war, und *Pfaff* bemerkt sehr richtig, dafs auch hier eine Condensation mitwirken konnte, denn eine sehr schwache Electricität kann selbst in einen sonst sehr guten Leiter nicht übergehen, wenn er ihr nur eine völlig ebene Fläche darbietet.

B. Untersuchungen über die Leitungsfähigkeit der Körper für Electricität.

Die Entdeckung der Einwirkung des electrischen Stromes auf eine Magnetnadel hat die Untersuchung der electrischen Leitungsfähigkeit der Körper wesentlich erleichtert, und sogar Mittel an die Hand gegeben, diese

Eigenschaft numerisch ausdrücken zu können. Es ist zwar diese Untersuchung in dieser Absicht auch ohne Benutzung der oben genannten Einwirkung unternommen worden, und zwar mit einer unter den gegebenen Umständen musterhaften Genauigkeit von H. *Davy*, der dazu die Volta'sche Batterie benutzte, und die Leitungsfähigkeit der Anzahl der Plattenpaare proportionirt setzte, welche ein zu untersuchender Leiter auszuladen im Stande ist. Allein gegen dieses Verfahren hat *Becquerel* [1]) gewichtige Einwendungen gemacht. Es wird nämlich allen Platten der Batterie ein gleicher Einfluſs auf die Stärke des electrischen Stromes zugeschrieben, welches nicht ganz der Wahrheit gemäſs ist, und aus dem Unvermögen der Batterie, Wasser zu zersetzen, auf völlige Entladung der Batterie geschlossen, während man doch nur daraus den Schluſs ziehen kann, daſs die electrische Spannung schwächer ist, als zur Erzeugung dieser chemischen Wirkung erfordert wird. Auch muſste das Schwanken in der Stärke der Batterie die Vergleichung der Resultate ungemein erschweren.

1. *Becquerels Versuche.*

Becquerel [2]) untersuchte die Leitungsfähigkeit der Metalle auf electro-magnetischem Wege. Er leitete von jedem Pol einer Volta'schen Batterie zwei ganz gleiche Metalldräthe in vier kleine Quecksilber enthaltende Gefäſse, nahm hierauf zwei mit Seide übersponnene Kupferdräthe von $^1/_3$ Millimeter Dicke, wovon jeder 20 Meter lang war, legte sie parallel neben einander und bildete so aus ihnen, einen Multiplicator, innerhalb dessen Öffnung sich eine sehr bewegliche Magnetnadel befand; jedes der vier Enden dieses Multiplicators tauchte er wieder in

1) Annal. de Chim. Tome 32. P. 420.

2) A. a. O.

die vorhin benannten Quecksilbergefäfse, so dafs durch jeden Drath insbesondere der electrische Strom gehen mufste, jedoch nach entgegengesetzter Richtung. Da beide Ströme nothwendig einander gleich seyn mufsten, indem alles in beiden auf ganz gleiche Weise angeordnet war, so mufste die Magnetnadel ruhig bleiben, als wirkte gar kein electrischer Strom auf sie ein. Dasselbe mufste Statt finden, wenn man je zwei und zwei der Quecksilbergefäfse, die mit den zwei Polen der Batterie communicirten, mit ganz gleichen Metalldräthen verband. War aber einer derselben ein besserer Leiter als der andere, so mufste die Magnetnadel abgelenkt werden, und man konnte nur durch Änderung der Länge eines der beiden Dräthe das Gleichgewicht wieder herstellen. Man lernte also die Längen und die Dicken kennen, bei welchen gewisse Dräthe einerlei Leitungsvermögen besafsen. Auf diesem Wege fand *Becquerel* den schon von *Davy* aufgestellten Satz bestätiget, *dafs sich die Leitungsfähigkeit der Dräthe von einerlei Metall nach ihrer Masse, nicht nach ihrer Oberfläche richte*, und mithin bei einerlei Dicke der Länge verkehrt proportionirt sey. *Ohm* hat dieses Gesetz später wieder bestätiget gefunden. Folgende Tafel enthält die Leitungsfähigkeit der untersuchten Metalle, wobei die des Kupfers als 100 angenommen wird.

Metall.	Leitungs. fähigkeit.	Metall.	Leitungs- fähigkeit.
Kupfer . .	100	Platin . .	16.40
Gold . . .	93.60	Eisen . .	15.80
Silber . .	73.60	Blei . . .	8.30
Zink . . .	28.50	Quecksilber.	3.45
Zinn . . .	15.50	Potasseum .	1.33

2. *Barlows Versuche.*

Auf einem ähnlichen Wege hat schon früher *Barlow* untersucht, ob die Leitungsfähigkeit eines Metalldrathes mit der Länge desselben abnimmt oder constant bleibt; jedoch sind seine Versuche nicht so genau, als die früher genannten. Er verschaffte sich einen dünnen, 840 Fuſs langen Kupferdrath, wand ihn um vier in die Erde befestigte Pflöcke, die in den Ecken eines Quadrates standen, als wollte er einen Multiplicator einrichten, brachte an drei verschiedenen Stellen empfindliche Magnetnadeln über demselben an, und beobachtete ihre Ablenkung, wenn von einer Voltaschen Batterie der electrische Strom durch den ganzen Drath von 838 Fuſs ging, und hierauf nahm er eine Windung nach der anderen weg, und untersuchte die Ablenkung der Magnete bei stets vermindertem Wege, den die Electricität zu nehmen hatte. Um die Abnahme der Thätigkeit der Batterie in Rechnung zu bringen, nahm er an, daſs die Tangente der Ablenkung des Magnetes der Stärke des electrischen Stromes proportionirt sey, und brachte dem gemäſs an dem gefundenen Resultate eine Correction an, wodurch nach seiner Meinung alle Resultate auf denselben Grad der Thätigkeit der Batterie gebracht wurden. Er fand zuerst, daſs, von kleinen Abweichungen abgesehen, alle drei Magnetnadeln dieselbe Ablenkung erlitten, wiewohl der Strom sehr ungleiche Wege zurückgelegt haben muſste, um zu jeder derselben zu gelangen; ferner, daſs die Leitungsfähigkeit abnimmt, wenn die Länge des Drathes wächst; jedoch nimmt er noch an, daſs diese Eigenschaft mit der Quadratwurzel der Länge im geraden Verhältnisse stehe. Diesen Irrthum mag der Umstand veranlaſst haben, daſs er auf die Änderungen in der Temperatur des Drathes keine Rücksicht nimmt, die nach *Davy* die Leitungsfähigkeit modificirt, und daſs er überhaupt die Abnahme

der Thätigkeit der Batterie nicht gehörig berücksichtigte. Dieser letztere Umstand machte überhaupt alle Versuche über die Leitungsfähigkeit etwas unsicher, und es ist ein Glück, dafs man ihm durch Vertauschung der hydroelectrischen Kette mit einer thermo-magnetischen entgehen kann.

3. *Ohms Versuche.*

Auf diesem Wege hat *Ohm* [1]) das Leitungsvermögen mehrerer Metalle bestimmt. Er bildete nach *Seebecks* Methode eine Kette aus Wismuth und Kupfer, wovon ersteres Metall die Form einer eckigen Klammer hatte, an deren beide Schenkel Kupferstreifen angeschraubt waren. Die Berührungsstellen von beiden Metallen wurden bei einer bestimmten Temperatur-Differenz erhalten, und die Leiter unter die Nadel einer sehr empfindlichen Drehwage gestellt. Letztere bestanden aus plattirten Kupferdräthen von verschiedener Länge und einerlei Dicke und materieller Beschaffenheit. Die Resultate seiner Versuche lassen sich nach seiner eigenen Angabe durch die Formel $X = \frac{a}{b + x}$ darstellen, wobei X die Stärke der magnetischen Wirkung des Leiters, dessen Länge x ist, a und b aber constante, von der erregenden Kraft und dem Leitungswiderstande der übrigen Theile der Kette abhängende Gröfsen bezeichnen. Bei den hier besprochenen Versuchen ist $b = 20\frac{1}{4}$, a hat aber für die Drathlänge 2, 4, 6, 10, 18, 34, 66, 130 Zoll die Werthe 7285, 6965, 6885, 6800, 6800.

4. *La Rive's und Barlows Versuche.*

La Rive [2]) und *Barlow* hat durch electro-magnetische Mittel die Vertheilung der Electricität in einem Körper,

---

[1]) *Schweiggers* I. B. 16. S. 137.

[2]) Bulletin des sc. math. et phys. Tome 5.

der von derselben durchströmt wird, zu messen versucht. *La Rive* ging darauf aus, die Vertheilung derselben nach der Breite des Leiters auszumitteln. Er bediente sich dazu eines fast einen Fuſs langen Kupferbleches, und schloſs aus der Gröſse der Anziehung oder Abstoſsung, die er an verschiedenen Stellen seiner Breite-Dimension auf einen nahen beweglichen Leiter ausübte, wenn die Electricität durch beide in derselben oder nach entgegengesetzten Richtungen ging, auf die Stärke des electrischen Stromes. Das Resultat dieser Untersuchung war, daſs dieser Strom das Blech der ganzen Breite nach mit gleicher Intensität durchströmt; nur an der Schneide des Bleches glaubte er manchmal eine stärkere Wirkung wahrzunehmen. Hieraus zieht er mit Recht den Schluſs, daſs bei übrigens gleichen Umständen der Strom in einer bestimmten Linie der Länge nach im verkehrten Verhältniſs der Breite stehe, und erklärt es, wie ein dünner Leiter, durch den die Electricität strömt, bedeutende Eisenmassen anzuziehen im Stande sey. *Barlow* überzeugte sich bei den Versuchen, die er über den Einfluſs der Länge eines Leiters auf seine Leitungsfähigkeit anstellte, zugleich auch davon, daſs der Polardrath von so bedeutender Länge, wie er ihn angewendet hat, nahe an den Extremitäten und in der Mitte dieselbe Wirkung auf eine Magnetnadel ausübe, daſs mithin der angenommenen Vorstellungsweise gemäſs nichts von der Electricität durch die Länge des Weges verloren gehe.

C. Electrometrische Untersuchungen.

Marianini hat in zwei Abhandlungen, wovon er eine am 20. März 1825, die andere am 16. März 1827 dem

*) *Saggio di esperienze electrometriche ecc. Venezia*, 1825, im Auszuge in *Journal de Chim. et Ph.* 1826. Tome. 33.

Atheneum zu Venedig überreichte, über mehrere der delicatesten Puncte der Electricität Versuche angestellt, die hier in möglichster Kürze mitgetheilt werden sollen. *Marianini's* Arbeit besteht aus drei Theilen, wovon der erste über das Verhältnifs handelt, dafs zwischen der Stärke der electromotorischen Apparate und ihrer Einwirkung auf die Magnetnadel handelt, während im zweiten Untersuchungen über die Leiter der ersten und im dritten über die Leiter der zweiten Classe angestellt werden.

Bei der Untersuchung des Gegenstandes des ersten Theiles bediente er sich einer $7^1/_4$ Zoll langen Magnetnadel, die auf einer Spitze ruhte, und über einem horizontalen versilberten Kupferdrath in einer Entfernung von $3^1/_2$ L. stand. Dieser Drath diente statt des Leiters, war $2^1/_2$ Fufs lang, und an jedem Ende um ein dünnes Messingblättchen gewickelt. Es wurde auf eine dieser Extremitäten eine Kupferplatte, dann ein feuchter Leiter, hierauf eine Zinkplatte gelegt, und dann die so gebildete Kette geschlossen. Den feuchten Leiter gab ein Tuchlappen ab, der mit einer Mischung aus 120 Theilen Wasser und einem Theil Salzsäure und eben so viel Schwefelsäure getränkt war. Bei dieser Stärke der Flüssigkeit war die Oxydation der Platten nicht zu schnell und die Magnetnadel beharrte hinreichend lange auf ihrer gröfsten Ablenkung, die nie 8° übertraf. Man nahm stets die ersten halben Ausschlagwinkel derselben als Resultat des Versuches an. *Marianini* ging nun darauf aus, den Einflufs der Gröfse der Platten auf die Gröfse der Ablenkung, und dann das Verhältnifs zwischen der electrischen Spannung und dieser Ablenkung zu erforschen. Er fand bei übrigens gleichen Umständen diese Ablenkung der Oberfläche der Plattenpaare proportionirt; nur wenn zwei Plattenpaare gar sehr

verschieden waren an Gröſse der Oberfläche, fand man dieses Verhältniſs gestört, weil, wie *Marianini* meint, der Leitungsdrath nicht die ganze, vom gröſseren Elemente erregte Electricität zu leiten vermochte. Plattenpaare von verschiedener Masse, aber gleicher Oberfläche, bewirken dieselbe Ablenkung der Magnetnadel. Sind die Elemente nicht ganz mit dem feuchten Leiter in Berührung, so richtet sich der Effect nach der Gröſse der befeuchteten Fläche, und ist ihr proportionirt. Die Wirkung wird nur wenig gesteigert, wenn man dem Zink eine gröſsere Oberfläche gibt, als dem Kupfer, hingegen sehr stark, wenn die des Kupfers den Vorzug der Gröſse bekommt.

Wenn mehrere Plattenpaare zugleich auf die Magnetnadel wirken, so ist diese Wirkung stets gleich der Summe der Ablenkungen der einzelnen Elemente, getheilt durch die Summe dieser Elemente. *Marianini* erklärt sich diese Thatsache aus einer Reflexion, welche die Electricität erleidet, wenn sie von einem guten metallischen Leiter in einen schlechteren flüssigen übergeht, gerade so wie dieses mit dem Lichte, der Wärme und dem Schalle der Fall ist, wenn er von einem Mittel in ein anderes übergeht. Zur Prüfung dieser Voraussetzung nahm *Marianini* ein Element aus Kupfer, Zink und einem feuchten Leiter, prüfte seine Einwirkung auf die Magnetnadel und legte dann ein unwirksames Element, bestehend aus Kupfer, feuchtem Leiter und wieder Kupfer darauf. Er bemerkte, daſs dadurch die Einwirkung auf die Magnetnadel auf die Hälfte ihrer früheren Wirkung herabgesetzt wird. Als er drei wirksame Elemente zugleich anwendete, wovon eines gegen die zwei anderen in verkehrter Lage war, erhielt er gar nur $^1/_3$ des ganzen Effectes.

Im zweiten Theile, wo *Marianini* dieses electro-

motorische Vermögen der Leiter der ersten Classe betrachtet, untersucht er den Einfluſs der *Oxydation*, eines *vorausgegangenen electrischen Stromes*, *der flüssigen Leiter*, und der *Temperatur*.

Die *Oxydation* sah man bisher als den Feind der electromotorischen Kraft an. *Marianini* zeigt aber, daſs sie stets das Vermögen, den negativ-electrischen Zustand anzunehmen, erhöhe. Stellt man in eine Flüssigkeit zwei ganz homogene glänzende Eisenplatten, und verbindet sie mit einem guten Leiter, trocknet dann eine derselben ab, läſst die andere sich mit Rost überziehen, und bildet nach einigen Tagen wieder ein Element aus ihnen, so wird die oxydirte Platte negativ-electrisch. Gibt man beiden Platten wieder ihren Glanz, so wirken sie nicht mehr electromotorisch. Eben so verhalten sich zwei Platten aus Zink, Kupfer, Blei, Zinn, Wismuth. Man begreift hieraus recht wohl, daſs die Oxydation den Rang ändern kann, welchen ein Körper in der electromotorischen Reihe einnimmt. In einer Kette aus Zinn und Blei wird das Zinn positiv-electrisch; oxydirt man aber das Blei, ohne das Zinn zu ändern, so nimmt dieses den negativ-electrischen Zustand an. Man begreift nun leicht, warum bei den gewöhnlichen Säulen aus Zink und Kupfer die Wirksamkeit so schnell abnimmt. Es wird nämlich das Zink oxydirt, und das Kupfer vom etwa anhängenden Oxyd befreit, mithin das Zink minder positiv, das Kupfer minder negativ-electrisch gemacht.

Marianini bildete ein Element aus Platin und Graphit mit einem Gemische aus 100 Th. Wasser und einem Theil Schwefelsäure, und fand das Platin negativ, den Graphit positiv-electrisch; aber nach wiederholtem Eintauchen verhielten sich beide Metalle indifferent, hierauf aber gar entgegengesetzt, und es hatte Platin $+E$, Graphit $-E$.

Gold und Silber zeigen dasselbe Phänomen, wiewohl im geringeren Grade. Dieses Umkehren der Polarität wird also durch den herrschenden electrischen Strom bewirkt. Ein entgegengesetzter Strom bringt auch eine entgegengesetzte Wirkung hervor. Sind z. B. Platten aus Platin, Gold, Silber gegen Graphit durch Berührung indifferent geworden, so werden sie gegen denselben wieder positiv, wenn sie mit Zink, Blei, Zinn in Berührung standen, und daselbst die negativen Pole gebildet haben. Die Änderungen, von denen hier die Rede war, beschränken sich aber nur auf den Theil der Platten, welcher den flüssigen Leiter berührt, der übrige Theil behält unverändert seinen electromotorischen Rang bei. Die Zeit, innerhalb welcher ein Körper diese electromotorische Veränderung erleidet, richtet sich nach der Leitungsfähigkeit des flüssigen Leiters. Reines Wasser bringt diese Änderung nie vollkommen zu Stande; ein guter Leiter bringt innerhalb 30 Secunden $^2/_3$ der ganzen Wirkung hervor. Setzt man Gold und Platin, nachdem sie die genannte Veränderung erlitten haben, der Luft aus, so kehren sie wieder in ihren alten Zustand zurück, jedoch erst nach mehreren Monaten, wenn man sie in Papier einwickelt, und dadurch die Circulation der Luft erschwert. Die übrigen Metalle zeigen, ihrer Oxydirbarkeit wegen, diese Eigenthümlichkeit nur schwer.

Aufser den genannten Umständen übt auch noch der *flüssige Leiter* einen Einflufs auf den electrischen Zustand der Metalle aus. Von zwei sonst ganz indifferenten Metallen, z. B. zwei Zinkplatten, wird immer dasjenige, welches zuletzt in die Flüssigkeit getaucht wurde, negativ-electrisch. Nimmt man eine Platte heraus, trocknet sie ab, und taucht sie hierauf wieder ein, so wird stets diese die electro-negative seyn; die zuletzt abgetrocknete Platte verhält sich also immer so, als wäre sie

die am meisten oxydirte. Besonders auffallend ist dieses Verhalten beim Zink.

Einen grofsen Einflufs hat die *Temperatur* auf die electromotorische Kraft. Erwärmt man eine Zink- oder Kupferplatte, und bildet dann von beiden ein electromotorisches Element, so findet man den electrischen Strom gesteigert, seine Richtung aber unverändert. Die Steigerung ist bis zu einem gewissen Wärmegrad der Zunahme der Temperatur proportional. Hier folgen die Leiter der ersten Classe nach ihrer electromotorischen Kraft, von dem kräftigsten angefangen, so wie sie sich ergeben, wenn man dieselbe Substanz mit allen übrigen vergleicht, und an der Magnetnadel die Richtung der Ablenkung beobachtet: sehr oxydirte, lange der Luft ausgesetzte Kohle; strahliges Graubraunsteinerz; Grau-Manganerz; unkrystallisirter Schwefelkies; Magnesie haltender Magnetkies; krystallisirter Arsenikkies; Graphit; gediegenes, goldhältiges Tellur; Gold; Platin; Kupferkies; blätt. Tellur; Kobaltglanz; Fahlerz; Arseniknickel; frisch bereitete, langsam in der Luft erkaltete Kohle; oxydulirtes Schwefeleisen (vom unteren, vierzig Jahre in einer Cloake versenkten Ende einer Blitzleitungsstange); Bleiglanz; lichtes Rothgültigerz; Antimonsilber und wenig oxydirter Arsenik; Quecksilber; Silber; angelaufenes Spiesglanz; Arsenik; Molybdänglanz; kryst. Zinnstein; angelauf. Kupfer; glänzendes Spiesglanz; erhitzte, und schnell im Wasser abgelöschte Kohle; Nickel; angelauf. Wismuth; sehr oxyd. Messing; glänzendes Kupfer; Messing; kryst. Magneteisen; Eisen; angelauf. Blei; Mangan; Zinn; glänzendes Blei; lebhaft brennende, in Wasser getauchte, und gleich darauf untersuchte Kohle; Zink.

Im dritten Theile behandelt *Marianini* die Leitungsfähigkeit tropfbarer Flüssigkeiten, und untersucht dabei

den Einflufs der Temperatur und der Dicke der flüssigen Schichte. Mit der Temperatur steigt die Leitungsfähigkeit sehr stark, und sinkt wieder mit ihr, jedoch nicht so schnell, als sie gestiegen ist. Es hält also der Einflufs der Erwärmung selbst dann noch an, wenn diese schon vorüber ist. Erst nach längerer Zeit tritt wieder die ursprüngliche Leitungsfähigkeit ein. Übrigens steigert eine Temperaturerhöhung die Leitungsfähigkeit einer Flüssigkeit desto mehr, ein je schlechterer Leiter sie ist.

Marianini brachte eine Zink- und eine Graphitplatte, die ein *Volta*'sches Element bildeten, in destillirtes Wasser, das $^1/_{20}$ Meerwasser enthielt, und änderte ihre Entfernung von einander von $^1/_6$ Z. — 24 Z., und fand, dafs die Wirkung des electrischen Stromes abnimmt, so dafs bei der kleinsten Entfernung die Ablenkung einer Magnetnadel 3° 30′ betrug, bei der gröfsten hingegen gar nicht mehr merklich war. Bei dieser Gelegenheit untersuchte *Marianini* auch die Ursache der gröfseren Wirksamkeit der nach *Wollaston* und *Novelluci* eingerichteten Tragapparate, bei denen die Zinkplatte beiderseits von der Kupferplatte umgeben ist, und fand, dafs diese nicht darin liege, dafs die Electricität zu beiden Seiten ausströmen kann, oder einen kürzeren oder directeren Weg beschreibt; denn als er eine Seite des Kupfers und des Zinkes mit Wachs überzog, war der Effect nur um ein Geringes vermindert. Es mufste also die Ursache in der gröfseren Oberfläche des Kupfers überhaupt liegen. *Marianini* umwickelte eine Zinkplatte mit Kupfer, und eine Kupferplatte mit Zink, und fand, dafs das erstere Element ohne Vergleich stärker wirke als das zweite. Um wie viel die Kupferplatte die Zinkplatte an Gröfse übertreffen müsse, um die gröfste Wirkung hervorzubringen, liefs sich nicht genau bestimmen; wenn einmal die Kupferplatte zehn Mal gröfser ist als die

Zinkplatte, so bringt auch eine unbedeutende Vergrösserung der ersteren eine bedeutende Erhöhung der Wirkung hervor; jedoch wird dieser Wachsthum immer geringer, je mehr man sich von dieser Grenze entfernt. Dieses gilt nicht blofs vom Kupfer, sondern überhaupt von jedem negativ-electrischen Theile eines Elementes; wenigstens haben Versuche mit Zink, Eisen, Blei, Zinn, Kupfer, Messing, Silber, Gold und Platin dieses bestätiget.

Marianini hat die Leitungsfähigkeit sehr vieler flüssiger Stoffe nach ihrem Range angegeben, wie er sie bei einer Temperatur von 3° — 6° mittelst eines Zink-Kupferelementes gefunden hatte. Von jedem Stoffe war 1 Theil in 100 Th. destillirtem Wasser aufgelöst, und die Leitungsfähigkeit des Meerwassers zu Venedig als Einheit angenommen. Hier folgen die Materien mit den ihnen entsprechenden Zahlen:

Blausaure Soda	10.96
Blausäure	18.27
Flüssiges Ammoniak	26.45
Soda	32.06
Phosphorsaures Kali	44.74
Borax	45.31
Phosphorsaure Soda	46.00
Weinsteins. Kali und Spiesglanz	50.07
Schwefelsaures Zink	51.64
Chlorsaurer Baryt	53.23
Kali	55.68
Chloreisen im Min.	56.53
Salpetersaurer Kalk	57.00
Essigsaures Kali	59.02
Salpetersaurer Baryt	60.00
Schwefels. Eisen	62.26
Saur. weinsteins. Kali	62.04
Schwefels. Magnesie	62.64
Essigsaure Soda	64.09
Kohlensaures Kali	66.07
Chlorsaures Kali	68.09
Kohlensäuerl. Soda	69.02
Benzoesäure	70.67
Mekons. Ammoniak	71.15
Schwefelsaure Soda	74.02
Benzoesaures Kali	76.56
Salpetersaures Kali	78.03
Schwefelsaures Kali	80.00
Meersalz	84.79
Saure schwefelsaure Thonerde und Kali	85.00
Citronensäure	85.71
Essigsäure	87.00
Weinsteinsaures Kali	92.00
Weinsteinsäure	98.66

Salzsaurer Kalk . .	110	Sauerkleesäure . .	179
Phosphors. und etwas phosphorige Säure	127	Schwefelsäure . .	239
Eisenhält. salzsaures Ammoniak . . .	136	Schwefelsaures Kupferdeutoxyd . .	258
Sauerkleesaures Kali	149	Salpeters. Quecksilber	278
Salzs. Ammoniak .	150	Salpetersaures Silber	298
Essigsaures Kupfer .	154	Salzsaures Gold . .	307
Salzsäure	164	Salpetersäure . . .	358
		Salzsaures Platin . .	418

Das Leitungsvermögen einer Flüssigkeit wächst übrigens mit dem Concentrationsgrade.

D. Marianini, über *Ritters* Ladungssäule *).

Man kannte bis jetzt vorzüglich zwei Meinungen über die Ursache der Ladung einer nach *Ritters* Angabe gebauten Säule, die aus bloſsen einfachen Metallplatten besteht, welche durch einen feuchten Leiter von einander getrennt sind. Eine rührt von *Ritter* selbst her, die andere hat *Volta* aufgestellt. Nach der ersteren kommt die Ladung einer solchen Säule bloſs von dem Widerstande her, den die Electricität findet, wenn sie von den Polen einer thätigen *Volta*'schen Säule aus, durch die secundäre Säule, die als Polardraht dient, gehen will. Dieser Widerstand macht, nach *Ritter*, daſs die Electricität an dem Ende der secundären Säule selbst verweilt, und diese geladen erscheint. Nach der von *Volta* aufgestellten Ansicht bildet sich aus *Ritters* Säule, während sie die Kette schlieſst, durch Zersetzung und Überführung der Flüssigkeit eine Säule der zweiten Art, die aus zwei flüssigen heterogenen Leitern und einem festen Körper besteht. *Marianini* widerlegt die Ansichten beider durch directe Versuche. Daſs die Ladung der *Ritter*'schen Säule nicht von einem Widerstande dersel-

*) Giornale di fisica ecc. 1826, p. 253 sq.

ben herrührt, schliefst er daraus, dafs eine solche Säule sich desto stärker und desto schneller ladet, je besser die dazu gebrauchte Flüssigkeit leitet. Auch folgender Versuch spricht gegen *Ritters* Ansicht: *Marianini* unterbrach einen aus funfzig Elementen bestehenden thätigen Becherapparat an fünf gleich weit von einander abstehenden Stellen mit feuchten Papieren, deren jedes zwischen zwei Kupferplatten stand. Wurden diese nach einiger Zeit vom Apparate getrennt, so zeigten sie dieselbe Ladung, als wenn sie vereint dem electrischen Strome ausgesetzt gewesen wären. Zur Widerlegung von *Volta's* Ansicht brachte *Marianini* zwischen zwei Metallscheiben einer frisch geladenen secundären Säule mehrere feuchte Scheiben; da konnte er ihre Ordnung wie immer verändern, ohne eine Änderung in der Richtung der Ladung hervorzubringen; wurden solche Scheiben von einer neu geladenen Ladungssäule zwischen die Metallplatten einer anderen gebracht, so bekam diese dadurch nicht die geringste Ladung; wurde hingegen der Versuch umgekehrt, und in eine geladene Säule Scheiben von einer nicht geladenen gebracht, so änderte die erstere dadurch ihre Ladung nicht, woraus sich wohl richtig der Schlufs ziehen läfst, dafs der flüssige Leiter in *Ritters* Säule nicht in zwei heterogene Theile theilt, wie die *Volta*'sche Ansicht voraussetzt. *Marianini* meint nun, die Phänomene der Ladungssäule aus dem Einflusse des electrischen Stromes auf die Matalle ableiten zu können, welche ihn erzeugen. Zur Unterstützung dieser Behauptung stellte er wieder Versuche an. Er nahm zwei mit einer wässerigen Salzauflösung gefüllte Gefäfse, tauchte in das erste eine Zinkplatte und das Ende einer Silberplatte, ins zweite eine zweite Silberplatte und ein Stück Graphit, so dafs sich die eingetauchten Körper nicht berührten. Wurden nun die aufserhalb der Flüssigkeit befindlichen Silberplatten mit ein-

ander in Berührung gebracht, und das Zinkende mit dem Graphit in Verbindung gesetzt, damit ein electrischer Strom Statt finde, hierauf aber die Verbindung aufgehoben, und jede Silberplatte mit einer neuen von demselben Metall, das dem electrischen Strome noch nicht ausgesetzt war, berührt, so erhielt man zwei electrische Ströme. Das Silber, welches dem Zink gegenüber stand, war gegen das ungebrauchte Silber positiv; und das, welches dem Graphit gegenüber war, gegen dasselbe Silber negativ-electrisch. Demnach bildet sich aus der Ladungssäule, während sie dem electrischen Strome ausgesetzt ist, eine wahre Säule aus einem flüssigen und zwei festen Leitern.

E. Bewegungen im electrischen Kreise.

Die wichtigsten Wirkungen des electrischen Stromes, der in der neuesten Zeit die Aufmerksamkeit mehrerer ausgezeichneter Gelehrten auf sich gezogen hat, ist die Erzeugung regelmäfsiger Bewegungen in Flüssigkeiten, die er über Quecksilber durchströmt, und die mit der Natur dieser Flüssigkeiten sich ändern. *Erman* hat sie zwar im Allgemeinen zuerst kennen gelehrt, aber *Serullas*, *Herschel*, *Pfaff* und *Runge* sind mehr ins Detail eingedrungen, und haben sie näher geprüft. Unter diesen sind die Untersuchungen von *Pfaff* und *Runge* die neuesten, die daher hier auch näher erwähnt werden sollen.

1. *Pfaff's Versuche.*

Pfaff *) machte die meisten seiner Versuche mit Säulen von 24 Plattenpaaren von Zink und Kupfer, die nur 2 Zoll im Durchmesser hatten, und bei denen in einer Kochsalzlösung getränkte Pappscheiben als feuchte Leiter dienten; hält aber auch Säulen von 10 Platten-

*) *Schweigger's* Journal, Bd. 18, S. 190.

paaren von $^1/_2$ Zoll Durchmesser zur Erzeugung der meisten Phänomene für hinreichend. Das Quecksilber, das mit irgend einer Flüssigkeit übergossen wurde, war in Uhrgläsern enthalten; und als Leitungsdrähte, welche die Pole der Säule mit den Flüssigkeiten und dem Quecksilber in Verbindung brachten, brauchte er Platindrähte. Das Quecksilber war bald ganz rein, bald mit etwas Zinn, Zink, Blei und Wismuth versetzt, und die Flüssigkeiten waren theils Auflösungen von Laugensalzen und alkalischen Erden, wie z. B. Kalilauge, Ammoniak, Strontian, Baryt; theils Säuren, wie Schwefelsäure, Salzsäure; theils Salzauflösungen, als z. B. schwefelsaures Natrum, Salpeter, Kochsalz, Salmiak, Chlorcalcium, endlich auch reines Wasser. Diese Versuche gaben folgende allgemeine Resultate. Wird reines Quecksilber mit einer der genannten Flüssigkeiten übergossen, und der electrische Strom durchgeleitet, indem die Polardrähte entweder die Flüssigkeit, oder auch nebst dieser das Quecksilber berühren, so treten in letzterem eigenthümliche Bewegungen ein, welche durch die Natur der Flüssigkeiten, und die Art der Schliessung bestimmt werden. Diese Bewegungen erfolgen bei Säuren und Alkalien auf entgegengesetzte Weise, und es lassen sich alle Flüssigkeiten in dieser Hinsicht in die Classe der sauren oder alkalischen bringen. Salze mit alkalischen Basen gehören zu den letzteren.

Wird der Kreis in einer alkalischen Flüssigkeit geschlossen, so wird das Quecksilber vom positiven Polardraht angezogen. Berührt der negative Schliefsungsdraht das Quecksilber, so plattet es sich merklich ab, und es beginnt eine sichtliche Strömung in der Flüssigkeit, die vom positiven Drahte aus über das Quecksilber hingeht, und gleichsam in zwei Strudeln nach dem positiven Drahte zurückkehrt. Wird die Berührung aufgehoben, so dauert diese Bewegung noch einige Zeit,

und zwar anfangs verstärkt fort. Berührt hingegen der positive Draht das Quecksilber, so erfolgt anfangs eine schwache Zusammenziehung, das Quecksilber überzieht sich mit einer Oxydhaut, wird zähflüssig, und breitet sich aus.

Wird die Kette in einer sauren Flüssigkeit geschlossen, so erfolgen alle Bewegungen nach entgegengesetzter Richtung. Die Anziehung geht in eine Abstofsung, die Zusammenziehung in eine Ausdehnung etc. über. Die Lage der Polardrähte gegen einander und gegen das Quecksilber ändert die Strömungen. Im Quecksilber selbst erkennt man aber keine Strömung der Theile, auch ist es nicht wahrscheinlich, dafs die Flüssigkeiten vom Quecksilber ihre Bewegung erhalten. Verunreinigungen des Quecksilbers durch Zink oder Blei lassen sich durch diese Strömungen nicht entdecken, wie *Herschel* meint, wohl aber die mit Kalium, Sodium oder Zinn; denn die ersteren zwei machen, dafs die Strömungen bei Schliefsung des Kreises in alkalischen Flüssigkeiten auch ohne vorhergegangene Berührung des Quecksilbers erfolgen, Zinn hingegen verräth sich durch Ausbreitung des Quecksilbers unter einer alkalischen Flüssigkeit, wenn es mit dem negativen Drahte berührt wird, und durch eine graue zähe Haut, mit der sich das Quecksilber überzieht.

2. *Runge's Versuche.*

Runge *) hat Erscheinungen entdeckt, die sehr wahrscheinlich in die Reihe der hier besprochenen gehören, aber davon nur einen Theil bekannt gemacht. Wird reines Quecksilber mit einer gesättigten Kochsalzauflösung $^1/_2$ L. hoch übergossen, und ein kleiner Kupfervitriolkrystall vorsichtig auf die Salzlösung gelegt, da-

---

*) *Poggendorff's* Annalen, Bd. 8, S. 106.

mit er auf ihr schwimme, so verliert das Quecksilber allmählich seinen Glanz, und überzieht sich mit einer Haut. Berührt man nun das Quecksilber durch die Flüssigkeit hindurch mit einem Stück blanken Eisen, so spaltet sich diese Haut, verliert sich schnell, und es beginnen wirbelnde Strömungen, die vom Krystall ausgehen; der Krystall vermindert sich, und verschwindet endlich ganz. Ist der Krystall mit der Flüssigkeit bedeckt, so erfolgt dasselbe, und er wird vom Quecksilber angezogen. Berührt der Krystall aber das Quecksilber, so geräth er, sobald das Eisen letzteres berührt, in eine kreisende Bewegung, wird scheinbar vom Eisen angezogen und abgestoſsen, löset sich dabei schnell auf, und seine Bewegungen werden immer schneller, bis er verschwindet, oder das Eisen herausgezogen wird. Maschinen-Electricität und eine Magnetnadel haben darauf keinen Einfluſs, wohl aber die *Volta*'sche Säule. Statt Eisen kann man auch Kupfer, Blei, Wismuth, Zink brauchen; Antimon, Gold, Silber, Platin taugen aber dazu nicht. Auflösungen von salzsaurem Kali, Ammoniak, Thonerde, Eisenoxydul, Chromoxydul wirken schwächer als Kochsalz; die vom salzsauren Eisenoxyd, Quecksilberoxyd, Platinoxyd, salzsaurem Baryt und Kalk wirken im verdünnten Zustande schwach, im concentrirten gar nicht. Auf Kupferamalgam, das mit Salzauflösung übergossen ist, geräth ein Kupfervitriolkrystall schon ohne Mitwirken des Eisens oder eines anderen Metalls in Bewegung.

F. Chemische Scheidungen mittelst Berührungs-Electricität.

Daſs man durch electrische Mittel Körper gegen chemische Angriffe schützen kann, ist seit *Davy's* schönen Untersuchungen über die Schützung des Kupferbeschlags der Schiffe gegen das Seewasser sattsam bekannt.

Einen merkwürdigen, dahin gehörigen Fall erzählt *Dumas* *). Die bleiernen Röhren in der Nähe von Paris, welche kohlensauren aufgelösten Kalk haltendes Wasser führen, werden häufig durch Kalk verstopft, der sich immer an den Stellen absetzt, wo die Bleiröhren zusammengelöthet sind. Dasselbe findet zu Sèvers Statt, wo man in bleiernen Behältnissen Wasser, das viel kohlensauren Kalk enthält, aufbewahrt. An den Bleiplatten ist fast nichts von einem Kalkabsatz wahrzunehmen, aber an den Stellen, wo zwei Platten zusammengelöthet sind, findet man nicht selten einige Linien dicke Lagen eines Absatzes, der durch kohlensäuerliches Eisen etwas ins Rothe spielt. Er brauset mit schwacher Salpetersäure auf. Man hat in diesem Behälter eine Eisenstange, mit der man eine am Boden desselben befindliche Klappe öffnet, und die daher auch im Wasser steht. Diese Stange ist oft 5—6 L. mit einem Überzuge bedeckt, von dem man an dem nahen Blei keine Spur wahrnimmt. Die Bleiröhren, von denen vorher die Rede war, verstopfen sich oft so stark, daſs sie den Zufluſs des Wassers verhindern. Wenn dieses der Fall ist, richten die Arbeiter ihr Augenmerk stets nach den Löthstellen hin, und treffen daselbst das Hinderniſs an. Auch die Kupferhähne sind mit solchen Incrustationen versehen.

Um nun bestimmt darzuthun, daſs diese Absonderung an den Löthstellen nicht durch ihre Rauheit oder eine andere mechanische Beschaffenheit, sondern durch einen rein electrischen Zustand bedingt werde, nahm *Dumas* ein Element einer *Volta*'schen Säule, und lieſs es zwei Tage lang in solchem Wasser liegen, das in einem eigens dazu bestimmten Gefäſse aufbewahrt wurde. Nach dieser Zeit erschien das Kupfer des Elementes mit einem flockigen Absatze bedeckt, das Zink hingegen

*) Annales de Chim. et Phys. Tom. 32, p. 265.

zeigte Unebenheiten, wie Säuren an Metallen erzeugen. Das Wasser, welches früher durch sauerkleesaure Salze einen starken Niederschlag gab, wurde durch sie nun kaum mehr getrübt. In ein Bleigefäſs, das solches Wasser enthielt, wurde eine blanke Silberplatte mittelst eines Bleistreifens schwebend aufgehängt, und so sechs Monate lang gelassen. Nach Verlauf dieser Zeit war das Silber mit einem Absatze ganz überzogen, das Blei hingegen vollkommen rein.

Diese Erscheinungen sind nicht bloſs wegen ihrer theoretischen Bedeutung interessant, sondern auch wegen ihrer practischen Anwendbarkeit wichtig; denn sie geben zugleich ein Mittel an die Hand, dieses Absetzen zu verhüten. Man darf nur die Bleiröhren durch Berührung mit einem anderen Metalle in einen electrischen Zustand versetzen, bei dem sie die Säuren anziehen, und den anderen Erreger so einrichten, daſs er sich leicht wegnehmen, und durch einen neuen ersetzen läſst. *Dumas* räth, dazu an bestimmten Stellen verticale Röhrenansätze von Blei anzubringen, und sie mit einem Pfropf aus Eisen, Zinn oder Kupfer zu verschlieſsen, von dem eine Stange aus demselben Metall ins Wasser reicht.

Merkwürdig ist es, daſs Blei in Berührung mit Eisen negativ, in Berührung mit Kupfer und Zinn positiv-electrisch wirken muſs, um die genannten Erscheinungen eintreten zu lassen, während doch nach *Pouillet's* Versuchen das entgegengesetzte Statt findet. *Dumas* erklärt diese Anomalie aus dem Mitwirken der erregenden Kraft, der Flüssigkeit und der festen Leiter, und aus der Electricität, welche der chemische Proceſs erzeugt. Es scheint aber auch hier einer der Umstände mitzuwirken, deren Einfluſs auf den electromotorischen Rang eines Körpers *Marianini* nachgewiesen hat.

Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1. Electrische Wage von *Harris*.

(London Journal of arts a. scien. March. 1827.)

Die von *Harris* angegebene electrische Wage, deren sich *Partington* bei seinen Vorlesungen an der London Institution bedient, hat folgende Einrichtung: Auf einer horizontal stehenden Bodenplatte *LFE* (Fig. 4) befindet sich eine verticale Säule *Z*, die am oberen Ende eine Rolle *S* trägt, deren Zapfen sich auf vier Frictionsrädern bewegen, wovon man aber in der Zeichnung nur zwei, nämlich *s* und *s* sieht. An der Axe der Rolle ist der Zeiger *DA* befestiget, der über einem Kreisbogen *JB* spielt, welcher seinen Mittelpunct in der Axe der Rolle hat. Der Bogen *JB* ist eingetheilt und hat in *A* den Nullpunct dieser Theilung. Durch seine Bewegung gegen *J* zeigt er die Gröfse der electrischen Abstofsung, durch die gegen *B* die Anziehung an. Über die Rolle geht ein biegsamer Faden, an dessen einem Ende eine kleine vergoldete hölzerne Kugel *T*, am andern hingegen ein Glasrohr befestiget ist, dessen Durchmesser etwa $^{1}/_{10}$ Zoll beträgt, und das am unteren Ende eine kleine Kugel *M* hat, welche zur Aufnahme von etwas Quecksilber oder Bleischrot bestimmt ist. Der Faden besteht bei Versuchen über electrische Abstofsung ganz aus Seide, bei denen über electrische Anziehung hingegen ist der Theil gegen *T* aus Silber, der andere aus Seide. An dem andern Ende der Schnur ist eine leitende Kugel *T* befestiget, welcher eine andere gröfsere und isolirte *Q* gegenüber steht, die an einem Stiele befestiget ist, und sich mittelst desselben in einen Zugröhre *P* erheben oder senken läfst. Eine in 10^{tel} Zoll getheilte Scala am Stiele von *P* gibt den Stand der Kugel *Q* und ihre Entfernung von *T* an.

An der anderen Seite befindet sich ein Gefäfs mit

reinem Wasser, in welchem *M* selbst nebst einem Theil der Glasröhre eingetaucht ist. Je gröſser dieser Theil ist, desto leichter wird das Gegengewicht in *M*. Es ist die Einrichtung getroffen, daſs der Zeiger *D* um 5 Grad auf der Scale weiter rückt, wenn sich die Länge des eingetauchten Stückes von *MO* um $^1/_{10}$ Zoll ändert. Daher kann man aus dem jedesmaligen Stande des Zeigers auf die Kraft nach Gewichten schlieſsen, die ihn dahin versetzte.

Sollen nun Versuche über electrische Anziehung und Abstoſsung gemacht werden, so bringt man den electrischen Körper mittelst eines Drathes mit der Kugel *Q* in Verbindung, beobachtet den Stand des Zeigers, wenn Gleichgewicht eingetreten ist, und schlieſst daraus auf die Kraft, welcher diesem Stande entspricht.

2. Luftpumpe ohne Hahn und Ventil, von *Buchanan.*

(Edinb. Journ. of Scien. N. XI.)

Buchanan hat die Vorrichtung, wodurch er den Wechselhahn und das Ventil bei den Luftpumpen ersetzen wollte, mehrmal abgeändert, und ist endlich auf jene Einrichtung gerathen, die in Fig. 5 abgebildet ist. Um aber das Prinzip seines Mechanismus deutlicher einsehen zu können, ist auch eine seiner früheren Einrichtungen in Fig. 6 dargestellt, aus der man sieht, daſs ein Hülfscylinder mit einem Kolben die Stelle der gewöhnlichen Hähne oder Ventile vertritt. Der zweite Stiefel oder der Hülfscylinder läuft mit dem Boden des Hauptstiefels parallel, und hat einen viel geringeren Durchmesser. Dieser Stiefel steht mit dem Recipienten und dem Hauptstiefel in unmittelbarer Communication. Während der Hauptkolben steigt, muſs der Hülfskolben etwa in *a* stehen, damit die Luft aus dem Recipienten in den Hauptstiefel gelangen kann; wenn er aber herabgedrückt wird, muſs er die in der Zeichnung angegebene Stel-

lung haben, damit die Luft herausgetrieben werden kann. Die Fig. 5 stellt nun diese Luftpumpe mit zwei Stiefeln vor, sammt einer Einrichtung, damit die Bewegung der Hülfskolben mit derselben Kraft bewerkstelliget werden kann, welche die Hauptkolben bewegt. *A* und *B* sind die zwei Hauptcylinder mit ihren Kolben, *a* und *b* die zwei Hülfskolben. Die Hauptkolben werden mittelst gezähnter Stangen durch ein Rad in Bewegung gesetzt, das nur an zwei einander entgegen gesetzten Quadranten Zähne hat. Die zwei Hülfskolben haben eine gemeinschaftliche Kolbenstange *c*, in deren Mitte eine Querstange *dd* angebracht ist, und die durch zwei Riemen oder Schnüre mit obigem Rade in Verbindung steht und durch selbes die Bewegung erhält. Zu diesem Behufe ist sowohl links als rechts vom Mittelpuncte des Rades etwa einen Zoll von der Stelle *g* und *h*, wo die Zähne desselben aufhören, ein Riemen *e* und *f* mit einem Ende befestigt, während dessen anderes Ende horizontal unter dem Hülfscylinder fortläuft, über eine Rolle geht und an *dd* befestiget ist.

In der Stellung, wie die Maschine gezeichnet ist, hat der Kolben in *B* den höchsten Stand erreicht, und der Riemen *f* ist da gerade ganz gespannt. Dreht man das Rad noch etwas weiter, nach der Richtung, die es haben müſste, um den Kolben in *B* zu heben, so zieht der Riemen *f* den Kolben *b* dahin, daſs er die Communication zwischen dem Recipienten *R* und dem Stiefel *B* aufhebt; wird hierauf das Rad *C* nach der entgegen gesetzten Richtung gedreht, so wird die Luft aus dem Cylinder *B* vertrieben, ohne in den Recipienten zurück gehen zu können. Während der Kolben *b* die Communication zwischen *B* und *R* aufhebt, stellt er die zwischen *A* und *R* her, und bei der Bewegung des Rades, wo der Kolben in *B* sinkt, steigt der in *A*, schöpft Luft aus dem Recipienten, und so geht das Spiel ohne Störung fort.

Fig. 1.

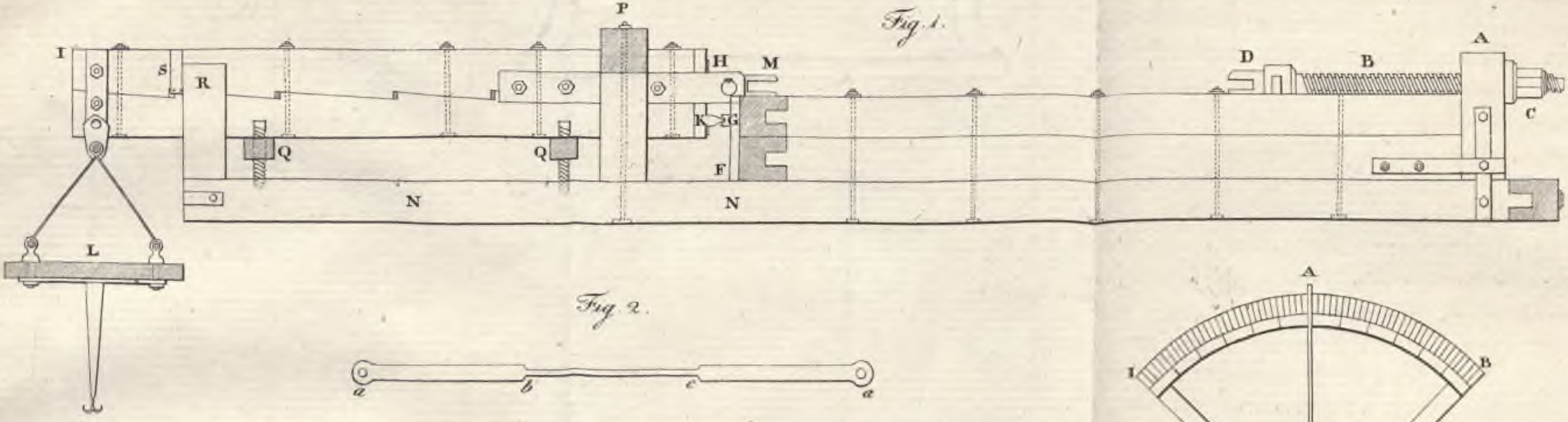


Fig. 2.

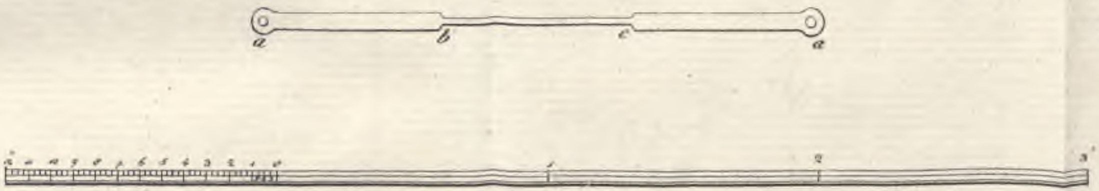


Fig. 3.

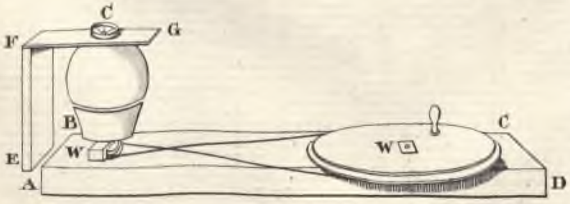


Fig. 5.

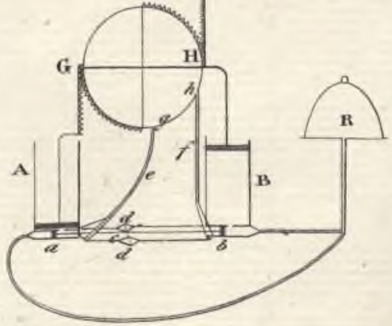


Fig. 6.

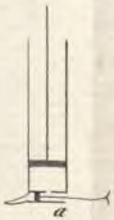
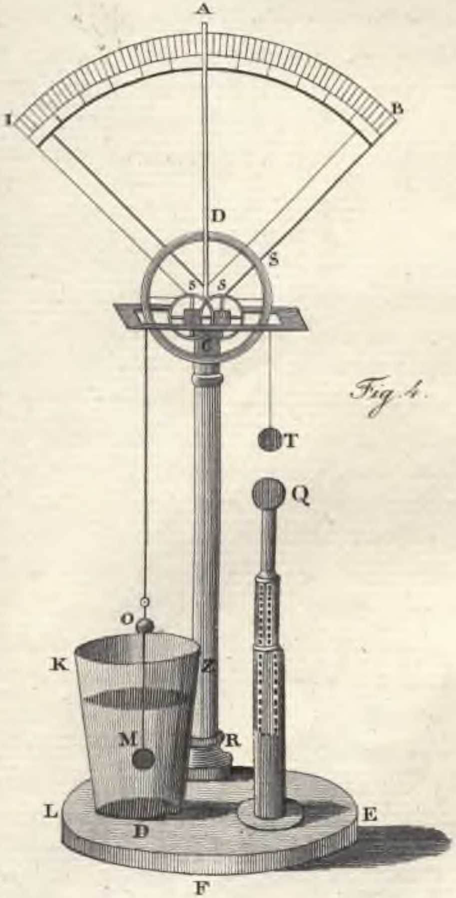


Fig. 4.



M. Bauer sc.